地学実験 – 地球物理分野(気象) –

森 厚
東京学芸大学 第三部 地学教室 助手
電子メール : *mori@buran.u-gakugei.ac.jp*

第14版

目 次

0　はじめに

0.1　地学実験の位置付け

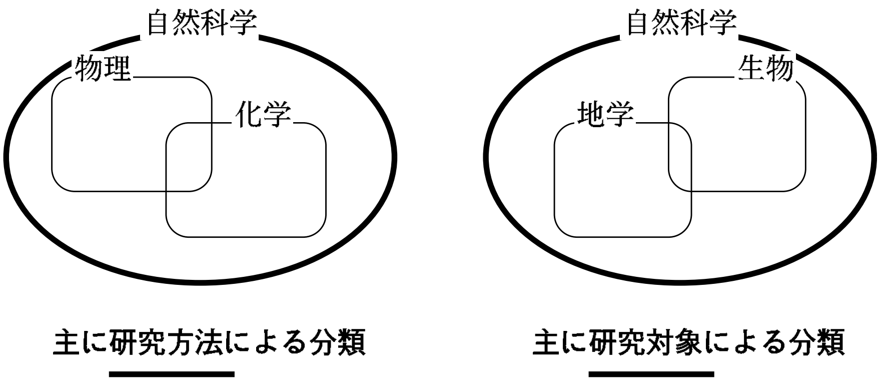
東京学芸大学の地学教室には次の 4 つの分野がある。

岩石鉱物 ・ 地質古生物 ・ 天文 ・ 地球物理

これからの数回は地球物理の分野の実験を行う。

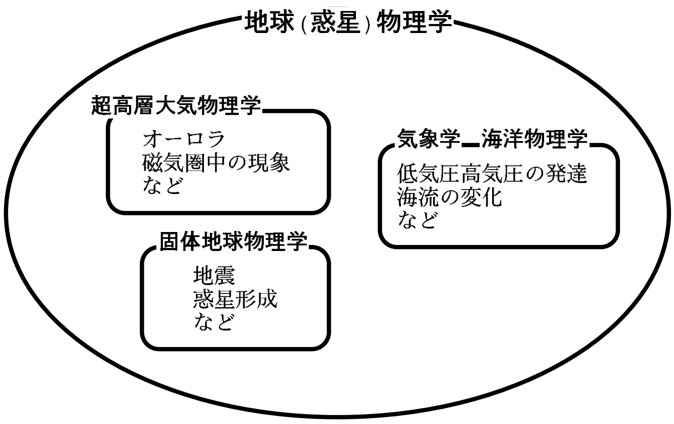
○ 地学の位置付け

地学は、自然科学全体の中では、地球や天体を研究対象とする学問の領域であるといえる。



○ 地球 (惑星) 物理学の位置付け

地球物理学は、地球 (惑星) に関係する自然現象を物理的な手法で研究する学問領域であるといえる。



0.2　地学実験の意義

地学実験 (基礎地学実験) は教育的な目的で行われる。そこで、実験の主な意義は次のような点にある。

1. 自然現象・自然の法則性を観察・観測・計測すること
2. 実験技術を習得すること

より細かくみると、具体的には次のような目標がそれぞれ含まれている。

自然現象・法則性を観察・計測すること

- 自然現象の観察・計測
  日常の現象を改めて観察したり、物理量として計測する。そして、具体的な物理量が、地球サイズ (地球に固有の時間・空間スケール) でどの程度の値になっているのかを体得する。
- 自然界の法則性の再確認
  実験を通じて法則性を再確認し、理論との整合性について検討する。

実験技術を習得すること

- 実験機材の取扱い方の習得
- 実験によって得られたデータの取扱い方の習得
  具体的には、主に誤差の計算方法や効率的な計算方法の習得。
- 実験結果を的確に表現するための文章能力の習得
- 実験結果を表現するための能力の習得
  いわゆるプレゼンテーション能力の習得。

0.3 レポートの形式について

- 紙と綴じ方
  - A4 (国際規格) を使うこと。
  - 表紙を含め、 5 枚以内を目安にすること。
  - 紙の上部を 3 箇所ホチキスで綴じること。
- 表紙に関する事項

  表紙に 1 枚をあてること。表紙には以下の項目を記載する。
  - レポートの題目
  - 作業年月日 (実験した日)
  - 提出年月日 (提出予定日ではない)
  - 学籍番号
  - 名前
- レポートに記載する事項
  - 実験目的
  - 実験方法
  - 実験結果
  - 考察

  テキストには目的は明記していない。実験の意義を考え、自分の言葉で記述しなさい。
- 提出期限

  提出期限はまもること。遅れた場合は受け取らないことがある。

- 参考文献
  - 本文中に次のように書いて、参考にしたことを明示する。

    …の関係はエマグラムを使うとわかりやすい (「雲や降水を伴う大気」浅井ほか)。

  - レポート末尾に参考文献の項目を作る。

    各文献 (図書) は、次のようにまとめる。つまり、本の題名、著者名、出版社、発行年、参考にしたページの順に書く (いくつかの流儀があるので、必ずしもこれが標準という訳ではない)。

    ○ **雲や降水を伴う大気** :浅井 冨雄・武田 喬男・木村 龍治,
    東京大学出版会, 1981, pp101-121

    ここで pp101-121 は、101 ページから 121 ページまでを参照したことを示している。

  - 引用について

    著作物の書き写しは、実験のレポートであっても著作権法上、問題がある。本学の場合、特に、**レポート作成上の不正行為**として**停学**などの処分の対象になる。

    しかし、必要に応じて引用が必要な場合もある。引用する場合には以下の点に注意する。

    1. 自分の主張したいことを、引用で代用してはならない。
       既存の著作物の著者の主張を自分の主張として記載してはならない。
       引用する部分は相対化し、自分を第三者として記述すべきである。
       例えば、引用文のあと、「全く同感である」と引用部分の主張を受けて、更に自分の主張を展開する、といった記述の仕方が考えられる。
    2. どこからどこまでが引用であるか、はっきりさせる必要がある。
       「」や『』で囲むなど、引用部分を明示する必要がある。多く用いられるのは、字下げである。
    3. 引用文献を参考文献と同様の方法で記載する。
       つまり、引用直後、レポート末尾、それぞれに明記する。

0.4 レポートの書き方の指針

1. 実験の意義をよく認識する。

   実験を行う段階でもそうであるが、レポートにまとめる段階でも、実験の意義を良く認識した上でまとめて欲しい。つまり、どのような自然現象を対象としているのか、実験をして何がわかるのか、どのような実験技術を習得すべきなのか、をきちんと認識することが第一歩である。それがレポート作成上のポイントでもあるからだ。

   各実験テーマには、「目的」が書かれていない。まずは自分で実験の意義を見つけ出してほしい。

2. 実験を再現できるように記述する。

   どのデータを、どのように扱ったか、は、必ず書く必要がある。こうした情報が無ければ実験が再現できないからだ。他にも再現に必要な情報は書く必要がある。

   科学では、物事の普遍的な性質を追求する。実験を再現できるように記述することは普遍性を担保する上で重要である。

   大気中の現象を観察・計測する場合には、全く同じことが再現されるとは考えられない。そこで、場所と日時を書くことは欠かせない。場所や時刻の情報があれば他のデータとの整合性をあとでチェックすることが可能になるからである。

3. 直接的な実験結果はレポートに添付する。

   直接得られた結果を添付することで情報量を増やすことができる。実験の結果得られた図 (例えばボールの軌跡) 等は必ずレポートに添付すること。1 枚しか得られない場合で複数のレポートに添付する場合にはコピーすること。

   このように情報量を増やすことは再現性を担保することと関係している。

4. 論理的に書く。

   思い込みに懲り固まって論理が飛躍しているレポートは、最もいけないレポートである。良く訓練された科学者でもこの罠にはまることがあるので、訓練のつもりで、丁寧に論理を書いてみよう。

5. 意味が通じる日本語で書く。

   読んでも意味が通じないようなことを平気でレポートに書いてくる人も多い。日本語として意味の通じる文章を書くこと。

   具体的には、主語があるか、文章が長過ぎないか、段落構成が適当か、等といった基本的な点に注意したい。

6. 単位について

計算途中でも数値には単位を必ず添えておくこと。書いておくことで何を計算しているのかはっきり意識することができる。単位は適当なものを用いて良いが、換算する時には十分気をつける。国際単位系 (SI) を用いることを強く推奨する。

7. 有効数字に気をつけること

   計算結果を表示するためにどれだけの桁数が必要か、を常に意識すること。

8. グラフについて

   グラフには必ず以下のものが書き込まれているかどうか注意する。

   (a) グラフのタイトル
   (b) 横軸縦軸のタイトル
   (c) 各軸の目盛り・数値・単位

   これらが一つでも欠けると、グラフとしての意味が無い。

   グラフの意味についても本文中で必ず言及すること。

9. 誤差について

   測定を行う実験については誤差について記述すること。誤差の記述が無ければデータを記述する意味もない。

   時々、観測された結果と理論的に得られた結果との違い (あるいは差) を

   「誤差」

   という人がいる。これは間違いである。各測定量の誤差を見積もった上で、理論的な値とその誤差範囲を求め、その範囲内に観測値が入っていなかったとしよう。誤差の扱いが正しいとすれば、それは 理論が根本的に誤っていることを示していることになるのである。(多くの場合、「理論」は対象を簡単化しているので、その簡単化の過程で誤ったのかもしれない。)

   具体的な計算方法についてはあとの節に簡単にまとめたので参照すること。

0.5 OHP 作成の指針

- 発表に際しては次のような点に気をつける。

  1. 全体の構成を良く考えること
     特に構成には気をつけ、表題→はじめに (目的) →方法→結果→まとめ、という展開を守るようにする。
  2. 発表原稿を必ず作成すること
     発表内容を十分把握していても、文章化していないと思わぬところで発表がつまってしまったりする。必ず文章化しておくこと。
  3. 発表時間を測っておくこと
     必ず声にだして練習し、発表時間を計測しておく。一般に黙読の方が高速であるために、声を出しておかないと時間が正確に見積もれない。
  4. できれば原稿を暗記しておくこと
     プレゼンテーションの基本は、聴衆に目を向け、訴えかけるように話すことである。原稿をまる暗記しておくことが望ましい。

- OHP 作成に際しては、次のような点に気をつける。

  1. 大きな字で作成すること。
     A4 縦書きで 10 行程度を目安とする。小さな字で書くと読めない。(ワープロなどを使う場合には、15 行程度を目安とする。)
  2. 色遣いは慎重に
     1 枚につき 2 色までを原則とする。その理由は、1) 色弱の人でもわかるようにする、2) 無意味に色を増やすと読みづらくなるだけである、の 2 点にある。

     3 色以上を用いる時にはわかりやすい意味付けが必要である。
  3. 1 分 1 枚
     発表時間 1 分につき OHP 1 枚程度が良い配分であると考えられている。
  4. 手書きで OK
     手書きの OHP でよい。汚い字でもよい。ただし丁寧に書かなければならない。

- 購入のためのガイド

  1. OHP シートの種類

     OHP シートには、次の 3 種類がある。安い順に並べると、1) 手書き用 2) PPC 用 3) インクジェットプリンタ用 となる。

     このうち、インクジェットプリンタ用は、パソコンでインクジェットプリンタを用いて出力する時に用いるものである。PPC 用は、レーザープリンタやコピー機で利用するためのものである。手書き専用に比べて厚みがあるのでこちらを利用しても良い。

     バラ売りを活用するように。(1 枚 50 円程度)

  2. OHP ペン

     油性と水性があるが、手の汗でにじんでしまわないように油性を勧める。(1 本 150 円程度)

0.6 誤差の計算について

実験では数値を扱う。その時に、誤差の大きさを適切に見積もる (評価する) 必要がある。誤差を評価しなければ、**実験値を出さなかったのも同じ** である。
誤差にはいろいろな評価の仕方があるが、基本的な考え方を身につけ、自分自身の力で見積もれるようになることは大切である。そこでここでは、誤差の扱い方について簡単にまとめてみる。決して難しい話ではないのでここに書いてある程度のことは理解してほしい。(※ できれば自分でも書籍を調べてみなさい。)

- 測定値の誤差の範囲内の最大値と最小値とを組み合わせて評価する。

  例えば、$0 < A_l < a < A_h, \quad 0 < B_l < b < B_h$ とした時、$x = \frac{a}{\sqrt{b}}$ の
  最大値は $\frac{A_h}{\sqrt{B_l}}$ で、**最小値**は $\frac{A_l}{\sqrt{B_h}}$
  と見積もられる。

- 誤差が小さいとして、微分を用いて評価する。

  例えば、$a = A \pm \Delta A, \quad b = B \pm \Delta B$ とした時、$x = \frac{a}{\sqrt{b}}$ とすると、$\frac{\partial x}{\partial a} = \frac{1}{\sqrt{b}}, \frac{\partial x}{\partial b} = -\frac{1}{2}\frac{a}{\sqrt{b}^3}$ だから、x の値は誤差を含めて次のように見積もられる。

  $$x = \frac{A}{\sqrt{B}} \pm \left|\frac{1}{\sqrt{B}}\Delta A\right| \pm \left|\frac{1}{2}\frac{A}{\sqrt{B}^3}\Delta B\right|$$

  このような微分の発想は、非常に自然なものである。例えば、$\frac{\partial x}{\partial a}$ は、「a の値が変化したら、x の値がどれくらい変化するか」ということを考えた時の変化率である。そこで、a が ΔA だけ変化する可能性があるとすれば、x は、$\frac{\partial x}{\partial a} \times \Delta A$ だけ変化する可能性がある訳である。

- 誤差が小さいとして、微分を用いて相対誤差 ($\frac{\Delta x}{x}$) を評価する。

  例えば、上の例では $\log x = \log a - \frac{1}{2}\log b$ なので、次のようになる。

  $$\left|\frac{\Delta x}{x}\right| = \left|\frac{\Delta A}{A}\right| + \frac{1}{2}\left|\frac{\Delta B}{B}\right|$$

  (※ 上の計算と比べてみなさい。)

  この考え方は、$x = \frac{a}{\sqrt{b}} = a^1 b^{(-\frac{1}{2})}$ であることを考えると見通しが良い。上で、x の相対誤差 ($\frac{\Delta x}{x}$) を与える a の相対誤差 ($\frac{\Delta A}{A}$) の項の係数は 1 であり、x を a, b で記述したときの a の冪 (べき) と同じである。同様に、b の相対誤差の項の係数は b の冪 $-\frac{1}{2}$ の絶対値と同じである。

  同様のことは一般にいえるので、比較的簡単に計算することができる。

- 足し算や引き算の場合

  一般的には、各項の誤差が足し合わさった分だけ不確定性があると考えられる。

0.7 あたりまえのこと

1. 機材の説明書は良く読むこと。
2. 機材はきちんと返却すること。
3. 身の回りをきれいに整理して帰ること

   実験が終ると実験室が荒れる。身の回りのゴミは拾い、机は元の位置に戻して帰ること。そうじの具合・機材の返却具合も評価の対象になる。
4. 危険な場所には立ち入らないことなど、常識的な範囲で行動すること。
5. わからないこと等は、自分達で調べるのが原則であるが、質問はいつでも受け付けるので早めに聞くこと。レポート提出の 2 日前に聞くというようなことが無いように。
6. 計算機の統計処理ソフトなどの利用について

   既製のソフトウエアは、誤った結果を出す可能性がある。それを検証できる能力が無い限りにおいては、そのようなソフトウエアを用いるべきではない。そのような観点から、電卓などを用いてきちんと計算する訓練をすべきである。

0.8 本実験固有の注意事項

1. 応用課題はやる必要は無い。
2. インターネットでの情報の公開について

   インターネットで地学実験にかかわる情報を公開するのは教育的にも意味がある。しかし、その一方で、インターネット上に善意で公開した情報が悪用される場合があるので注意する必要がある。ここでは次のような方針で情報を公開したいと考えているので協力をお願いしたい。

   (a) 実験中、写真撮影を適宜行う可能性がある。撮られた写真をインターネットで公開して欲しくないと思うものは、直ちに必ず申し出ること。

   (b) また、今後、良いレポートをウエッブページに載せてインターネット経由で世界中に公開する可能性がある。止めて欲しい場合はあらかじめ申し出ること。

1 気圧偏差の移動速度 (ラグ相関解析)

○背景

天気の移り変わりは西から起こることは良く知っている。例えば広島と東京の気圧の変化を考えた時、広島で現われた変化が、時間を経てから東京でも同じように見られるであろう、という話である。

しかし、それを定量的に示すにはどうしたらいいだろうか。つまり、どれくらいの確からしさでそういう事実があるのか、また、時間的にどれくらいずれているかをどう定量化することができるだろうか。

○準備

ここでは、「ラグ相関」の考え方を利用する。以下ラグ相関について解説する。

相関係数

まず、相関係数[1] について説明する。$a_i, b_i, (i = 1, 2, \cdots N)$ というデータがあった時に、i の変化に伴って a_i が変化するのに対応して、b_i がどのように変化するかを次のように定量化することを考える。

$$
\begin{aligned}
c &= \frac{a_i\text{と }b_i\text{の共分散}}{\sqrt{(a_i\text{の分散})(b_i\text{の分散})}} \\
&= \frac{\frac{1}{N}\sum_i (a_i - \bar{a})(b_i - \bar{b})}{\sqrt{(\frac{1}{N}\sum_i (a_i - \bar{a})^2)(\frac{1}{N}\sum_i (b_i - \bar{b})^2)}}
\end{aligned}
$$

このようにして定義されたものを相関係数と呼ぶ。また、
分散

$$S_a = \frac{1}{N}\sum_i (a_i - \bar{a})^2,$$

標準偏差

$$\sigma_a = \sqrt{S_a},$$

共分散

$$S_{ab} = \frac{1}{N}\sum_i (a_i - \bar{a})(b_i - \bar{b})$$

の定義も重要なので覚えておこう。
ただし、

$$\sum_i$$

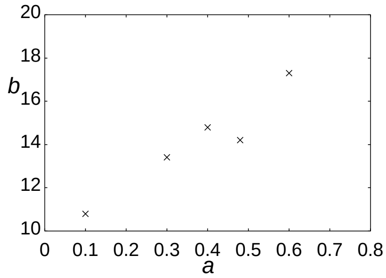
は総和記号を表し、$\bar{a}$ は a_i の平均を表すとする。

例えば、次に示す 2 組のデータの場合、前者の方が相関係数は高い。実際に相関係数を求めてみよう。

[1] 相関を表す量の定義は種々提案されているが、ここでいう相関係数はもっとも一般的に使われているものである。

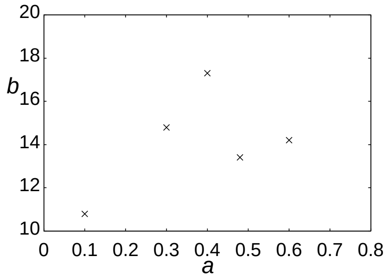
例 1

i	a_i	b_i
1	0.1	10.8
2	0.3	13.4
3	0.4	14.8
4	0.48	14.2
5	0.6	17.3



例 2

i	a_i	b_i
1	0.1	10.8
2	0.3	14.8
3	0.4	17.3
4	0.48	13.4
5	0.6	14.2



例 3

i	a_i	b_i
1	0.1	16.8
2	0.3	14.8
3	0.4	17.3
4	0.48	13.4
5	0.6	14.2

例 4

i	a_i	b_i
1	0.1	10.8
2	0.3	12.4
3	0.4	13.2
4	0.48	13.84
5	0.6	14.8

ラグ相関

二つの時系列データの間の相関係数をとる時に、片方のデータを一定時間 (k) ずらして計算した相関係数をラグ相関係数と呼ぶ。具体的には相関係数の定義で、共分散の部分を次のように変更する (下線に注意。また、$\bar{b}(k)$ は、k の関数であることを示している。)。ただし、データの量が十分であるとは限らないので計算範囲には十分気をつける。

$$c(k) = \frac{\frac{1}{N}\sum_i (a_i - \bar{a})(b_{\underline{i+k}} - \bar{b}(k))}{\sqrt{(\frac{1}{N}\sum_i (a_i - \bar{a})^2)(\frac{1}{N}\sum_i (b_{\underline{i+k}} - \bar{b}(k))^2)}}$$

○実験

装置など

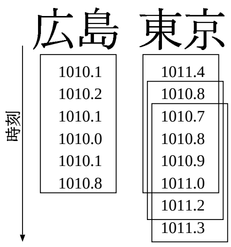
東京と広島の気圧の時系列データ (時刻順に並んだデータ), PC, 電卓

実験方法

地上気象データ (例えば気圧) の分布が形を変えずに一定の速さで東に移動していると仮定しよう。また、広島が東京の真西にあるとしよう。すると、広島のデータの時間変化と東京のデータの時間変化は、東京広島間の移動にかかった時間ずらせば全く同じになるはずである。このような発想に基づいて気圧分布の移動速度を概算で求めてみる。

1. ラグ相関の計算

   広島と東京の気圧データをそれぞれ a_i, b_i として、ラグ相関係数を求める。



2. 移動速度の見積り

   k の値を変化させることでラグ相関係数がどのように変化するかを調べ、もっとも相関が高い時の k の値を捜し出す。もっとも相関が高い時の k が、広島東京間の距離を移動するのにかかった時間に対応することになる。そして、広島東京間の距離 (およそ 800km であると仮定する。) をその時間で割って移動の速さを見積もる。

○考察

考察は以下の点を中心にまとめなさい。

1. 相関係数について、相関係数の絶対値が大きいことは何を意味するのだろうか。
2. 相関係数について、相関係数の値が正 (あるいは負) であることは何を意味するであろうか。

3. 定義の式を変形して計算しやすい方法があったら示しなさい (計算回数を減らしたり、計算の桁数を減らす方法について)。
4. 相関係数は、どの程度信頼性があると考えていいだろうか。すなわち、例えば、ある時刻の気圧データが 0.1 hPa だけ誤っていたとしたら、どの程度相関係数は変化するだろうか。
5. 実際には気圧の分布も時々刻々変化し、等圧線は変形していく。そのことは、結果にどのように影響するだろうか。
6. 実際には天気の変化が真西から起こるとは限らない。もし北北西から南南東へ変化しているとしたら、東西方向に並んだ 2 点の観測から得た移動速度と実際の移動速度はどう違うか。
7. 移動速度はどの程度の値になったか。
8. 可能ならば移動速度の季節変化について調べなさい。

○応用課題

応用課題についてはできる範囲で答えれば良い。

1. 相関係数の絶対値は最大が 1 であることを示せ。
2. 偏西風の速さと移動速度との関係について考えなさい。

○卒業までにもっと学ぶためのキーワード

相関係数, 重相関係数, 位相速度, ハードレー循環, ジェット気流 (偏西風)

2　大気潮汐の検出 (フーリエ解析)

○背景

例えば気圧や気温の時間変化は、大気中の様々な時間スケール (時間間隔) の現象の重ね合わせ[2] であると考えられる。1 日の中での変化があるし、春秋の天気の変化は数日程度の時間スケールで変化している。さらに、数 10 日程度の時間スケールを持つ変動があることは知られているし、季節の進行に伴う変化、そして、年ごとの違いなどもある。

このように明らかに異なる時間スケールを持つものを分離するにはどうしたらいいだろうか。ここではサンプルとして、気圧データから「大気潮汐」を取り出すことを検討してみよう。

大気潮汐は、月による海洋の潮汐とは意味あいが異なる。海洋の潮汐は主に月による万有引力の場所による違いによってもたらされるのであるが、大気潮汐の場合は、太陽放射によって大気が暖められる度合が一日周期で変化することによって生じる。

○準備

フーリエ級数展開

N 個の時系列データ $a_i(i=0,\cdots N)$ は時間間隔 ΔT で得られたものとする。また、周期性があって、$a_0 = a_N$ という関係にあるとする。

さて、a_i が次のように書けることを仮定する。

$$a_i = \sum_k c_k \cos\left(ik\frac{2\pi}{N}\right) + s_k \sin\left(ik\frac{2\pi}{N}\right)$$

この時、各項をフーリエ成分と呼び、その係数 c_k や s_k をフーリエ係数と呼ぶ。この時のフーリエ係数を決定することを考えよう。そのために次のような計算を試みに実行してみる。

$$\begin{aligned}
&\sum_i^N a_i \cos\left(ij\frac{2\pi}{N}\right) \\
=\ &\sum_i^N \left\{\sum_k c_k \cos\left(ik\frac{2\pi}{N}\right) + s_k \sin\left(ik\frac{2\pi}{N}\right)\right\}\cos\left(ij\frac{2\pi}{N}\right) \\
=\ &\sum_k\sum_i^N \left(c_k \underline{\cos\left(ik\frac{2\pi}{N}\right)\cos\left(ij\frac{2\pi}{N}\right)} + s_k \sin\left(ik\frac{2\pi}{N}\right)\cos\left(ij\frac{2\pi}{N}\right)\right)
\end{aligned}$$

[2]単純に足し合わせたものとは限らないが。

ここで、対称性から次のような関係がある。

$$
\begin{aligned}
&\sum_i^N \cos\left(ik\frac{2\pi}{N}\right)\cos\left(ij\frac{2\pi}{N}\right) \\
&= \frac{1}{2}\sum_i^N \left\{\cos\left(i(k+j)\frac{2\pi}{N}\right)+\cos\left(i(k-j)\frac{2\pi}{N}\right)\right\} \\
&= \left\{\begin{array}{ll} 0 & (for\ k \neq j) \\ N & (for\ k = j = 0) \\ \frac{N}{2} & (for\ k = j \neq 0) \end{array}\right\}
\end{aligned}
$$

これを使うと、

$$
\begin{aligned}
&\sum_i^N a_i \cos\left(ij\frac{2\pi}{N}\right) \\
&= \left\{\begin{array}{ll} Nc_0 & (for\ j = 0) \\ \frac{N}{2}c_j & (for\ j \neq 0) \end{array}\right\}
\end{aligned}
$$

s_k についても同様の関係があるので、このような方法で c_k, s_k を求めることができる。

フーリエ成分の意味

さて、c_0 に対応するフーリエ成分は、何を表しているだろうか。

$$
\begin{aligned}
c_0 \cos\left(i \times 0 \times \frac{2\pi}{N}\right) &= c_0 \cos(0) \\
&= c_0
\end{aligned}
$$

これは一定の値である。実はこの値は平均値に対応してる。

次に、c_3 に対応するフーリエ成分は、何を表しているだろうか。

$$
c_3 \cos\left(i \times 3 \times \frac{2\pi}{N}\right) = c_3 \cos\left(3i\frac{2\pi}{N}\right)
$$

$i = 0, 1, \cdots N-1$ であるので、cos の引数 $(3i\frac{2\pi}{N})$ は、おおよそ 0〜$3 \times 2\pi$ の間の値をとる。つまり、i が $0, 1, \cdots N-1$ と変化する間に 3 周期分の変化をすることになる。

一般に c_k で k が大きい程、細かい変化を表していることになる。

以上が大雑把な説明であるが、この方法は様々な科学の分野で用いられる「周波数分析」とか「フーリエ解析」とか呼ばれるものの基本である。詳しいことは他の授業で是非身につけておこう。

◯実験

装置など

学芸大学あるいは近隣の気象庁観測地点で観測された気圧の時系列データ, PC, 電卓

実験方法

気圧の連続したデータからフーリエ係数を求める。具体的には、c_0, 1 日周期に対応した成分 (一日潮) の係数 c_{k_1}, s_{k_1}、半日周期に対応した成分 (半日潮) の係数 c_{k_2}, s_{k_2} を求める。

ここで、k_1, k_2 は、解析するデータの長さに依存する。例えば、4 日分のデータを解析するのであれば、$k_1 = 4, k_2 = 8$ であり、10 日分のデータを解析するのであれば、$k_1 = 10, k_2 = 20$ である。

○考察

考察は以下の点を中心にまとめなさい。

1. 大気潮汐の振幅はどれくらいと見積もることができるだろうか。半日潮と一日潮とはどちらの方が大きいか。
2. 大気潮汐の振幅の誤差はどれくらいだろうか。例えば 1 つのデータが 0.1 hPa 変わったら結果はどれくらい変わるだろうか。
3. もとのデータと、フーリエ係数 c_0, c_{k_1}, c_{k_2}, s_{k_1}, s_{k_2} に対応するフーリエ成分だけを使って表現したもの ($c_0 + c_{k_1}\cos\left(ik_1\frac{2\pi}{N}\right) + c_{k_2}\cos\left(ik_2\frac{2\pi}{N}\right) + s_{k_1}\sin\left(ik_1\frac{2\pi}{N}\right) + s_{k_2}\sin\left(ik_2\frac{2\pi}{N}\right)$) と、どれくらい似ているだろうか。グラフを描いて検討しなさい。

○応用課題

応用課題についてはできる範囲で答えれば良い。

1. どれくらいフーリエ成分を増やせばほとんど似ているとみなすことができるだろうか。
2. フーリエ級数展開の際に重要な直交性・完全性についてまとめなさい。
3. 半日潮の方が一日潮よりも振幅が一般には大きい。その理由を考えなさい。

○卒業までにもっと学ぶためのキーワード

周波数分析, フーリエ解析, レッドノイズ, ホワイトノイズ, 線形代数 (基底, 内積, 直交性), 多重積分, FFT

3 大気潮汐の検出 (移動平均)

○背景

フーリエ解析による大気潮汐の検出の実験でも述べたように、一般に、時系列データ (時間変化を記述したデータ) は、様々な現象が重ね合わされたものの現れである。そしてそれぞれの現象は、それに対応した変動の周期をもっている。例えば、気圧の時系列データには、ここで考える大気潮汐の効果による 24 時間周期で変動している成分や、12 時間周期で変動している成分が含まれているし、高気圧や低気圧の移動に伴う、それ以上の周期の変動の成分も含まれている。

特定の時間周期帯 (時間周期の幅を持った領域) の成分を取り出す操作は、一般的には「フィルターを通す」と言われている。フィルターの種類にも様々のものがあるが、移動平均はその一つで、低い振動数 (長い周期) の成分を取り出すフィルターという意味で、ローパスフィルター (Low Pass Filter) ということができる。この他に高い振動数 (短い周期) の成分を取り出すためのハイパスフィルター (High Pass Filter) や、特定の振動数帯の成分だけを取り出すためのバンドパスフィルター (Band Pass Filter) がある。

○準備

移動平均

例えば 1 時間毎のデータに対して、12 時間の移動平均をとるとは、ある時刻の前後約 6 時間までのデータを平均して、その時刻のデータとすることである。すなわち、元のデータを a_i 移動平均のデータを b_i とすると、b_i は a_i を用いて次のように定義される。

$$b_i = \frac{1}{12}\sum_{k=i-6}^{i+5} a_k$$

こうすることで、12 時間周期の成分が含まれていたとしたら、それは相殺して現れなくなる。その他にも、例えば、2 時間周期の成分や、4 時間周期の成分も現れなくなる。

サンプルデータ

人工的に作ったデータに対して、7 時間、28 時間の移動平均を行ってみよう。

時間	値
1	0.807
2	0.976
3	0.366
4	-0.610
5	-1.291
6	-1.259
7	-0.650
8	-0.041
9	-0.009
10	-0.690
11	-1.666
12	-2.276
13	-2.107
14	-1.300
15	-0.443
16	-0.126
17	-0.498
18	-1.157
19	-1.459
20	-1.004
21	0.050
22	1.104
23	1.559
24	1.257
25	0.598
26	0.226
27	0.543
28	1.400
29	2.207
30	2.376
31	1.766
32	0.790
33	0.109
34	0.141
35	0.750
36	1.359
37	1.391
38	0.710
39	-0.266
40	-0.876
41	-0.707
42	0.100
43	0.957
44	1.274
45	0.902
46	0.243
47	-0.059
48	0.396
49	1.450
50	2.504
51	2.959
52	2.657
53	1.998
54	1.626
55	1.943
56	2.800

○実験

装置など

気圧の時系列データ, PC, 電卓

実験方法

1. 気圧の時系列データについて次のようなグラフを作ってみる。
   (a) 元のデータのグラフ
   (b) 24 時間移動平均したグラフ
   (c) 元のデータから 12 時間移動平均した値を引いたグラフ
   (d) 12時間移動平均した値から 24時間移動平均した値を引いたグラフ

○考察

考察は以下の点を中心にまとめなさい。

1. (b),(c),(d) の 3 つのグラフで表されているデータを全部足しあわせるとどうなるだろうか。
2. (b),(c),(d) それぞれのグラフにはどのような意味があるだろうか。次のような観点から整理しなさい。
   - 振動数が大きい (周期が短い) 変動成分
   - 振動数が中程度 (周期が中程度) の変動成分
   - 振動数が小さい (周期が長い) 変動成分
3. 大気潮汐の振幅は、おおよそどれくらいと見積もることができるだろうか。半日潮と一日潮とはどちらの方が大きいといえるだろうか。それぞれ、標準偏差の値で見積もりなさい。

○応用課題

応用課題についてはできる範囲で答えれば良い。

1. コンポジット解析について調べ、解析を行ってみなさい。結果を移動平均の場合と比較しなさい。

○卒業までにもっと学ぶためのキーワード

シグナルプロセッシング (信号処理), ローパスフィルター, ハイパスフィルター, バンドパスフィルター, Z 変換, wavelet 解析, フーリエ解析, コンポジット解析

4 等高線の形 (フラクタル次元)

○背景

現象の中からある本質的な部分部分を取り出して解析し、それらがわかったところで最後に統合すれば全体が理解できるという考えは、古典的な物理学的手法の主流であった。

しかし、問題によってはその様な方法が向かないことがある。

例えば、海岸線の形について考えてみよう。海岸線の形について調べる時、上述のような**部分部分を切り出して解析するような分析的な方法で検討することは根本的に困難である**と考えられている。

海岸線については既に沢山調べられていて、過去の論文で報告されているので、ここでは海岸線の代りにある地形図の等高線の形について調べてみよう。

○実験

装置など

地形図, コンパス

実験方法

あらかじめコンパスの芯が太くないかどうかチェックしておく。

ある地形図の特定の等高線に着目する (長いものを選ぶ)。そして、その長さを様々な尺度を用いて測定することにする (下図参照)。 ここで、ある尺度 ℓ で長さ s を測定するとは、一定の長さの線分 ℓ で等高線を区切っていき、その線分の長さの合計を求めることとする。等高線の終点は線分の終点とは一般には一致しない (線分 10) が、その場合には、終点 C を通る線分の、図で終点 C よりも左側の長さ (図中線分 BC の長さ) だけを加えて s とする。

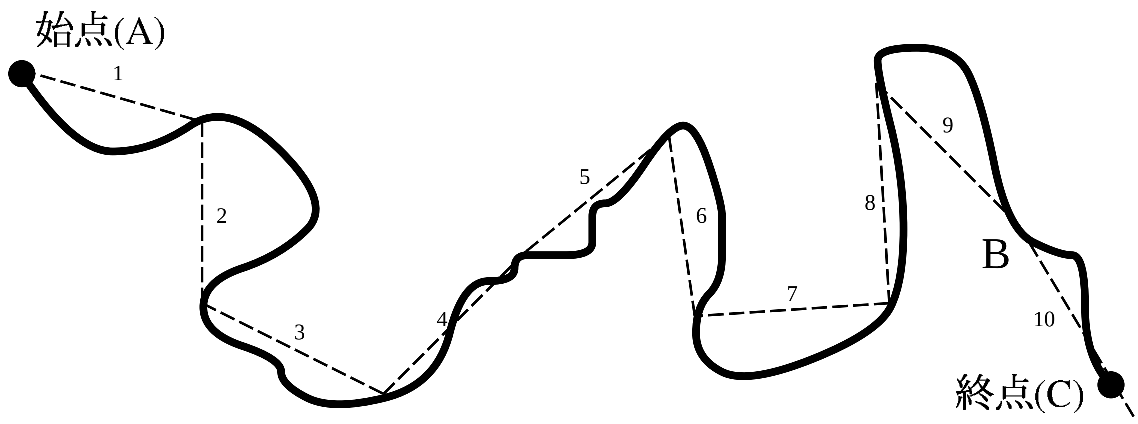


図1: 等高線(太線)をある尺度(破線)で測っているところ

こうして計算される長さ s は、尺度 ℓ の関数である。これを図にプロットする。

予備実験

準備段階として、上記のような地形図の等高線に対して行う作業を、次の図形に対しても行ってみる。

1. 長さ 10cm の線分
2. 半径 5cm の円周

○考察

考察は以下の点を中心にまとめなさい。

1. ℓ, s, a の誤差を評価しなさい。
2. 線分・円周に行った結果はどうなったか。特に、ℓ がゼロに近付くと、s はどんな値に近づくか。
3. $s = C\ell^a$ いう関係が成り立つだろうか。成り立つ場合には a の値は幾つぐらいになるだろうか。(この場合では、$1 - a$ のことをフラクタル次元という。)
4. ℓ を 0 に近づけた時、直線の場合・円の場合・等高線の場合、それぞれ s はどのような値に近付くだろうか。実験結果を踏まえた上で、考えてみなさい。
5. 等高線の形の性質を表すものとして、ギザギザ度 (ℓ の関数) を「ある ℓ が与えられた時の $s(\frac{\ell}{2})/s(\ell)$ 」あるいは同じことだが、「ある ℓ が与えられた時、対応する s に対して、ℓ が半分になった時の s が何倍になったか」で定義することにしよう。
   - これをギザギザ度と呼ぶ妥当性について考えなさい。
   - このギザギザ度は、ℓ に対してどのように変化するか。ただし、$s = C\ell^a$ が成り立っているとして考えなさい。
   - ℓ を変化させることと、図を拡大・縮小することとの関連も考えなさい。
6. 背景で述べたように、『部分部分を切り出して解析するような分析的な方法で検討することは根本的に困難』であると考えられるのはなぜか。

   本実験では「等高線の長さ」について詳しく調べたが、特に一つ前の考察をふまえて、「等高線の形」という観点から整理して考えなさい。

○応用課題

応用課題についてはできる範囲で答えれば良い。

1. フラクタル次元の定義の方法は場合によって様々である。どのような定義の仕方があるかをまとめなさい。
2. 自然界には様々な場面でフラクタル次元が現れるが、他の例を挙げ、解説しなさい。

○卒業までにもっと学ぶためのキーワード

粗視化, 自己相似, 相転移, 臨界点, スケーリング則, 非線形現象

5　地震の規模と発生頻度の間のスケーリング則

○背景

地震の規模は、小規模なものから大規模なものまで非常に広い範囲に渡っている。従来、大規模な地震は小規模な地震とは違う仕組み (メカニズム) で生じるとされてきた。そして、大規模地震の予知がある程度が可能だと考える場合には、メカニズムが違うことを前提にしている。

しかし、一方で、地震の発生頻度についていわゆる「グーテンベルグ・リヒター則」と呼ばれる法則が地震の規模の広い範囲で成り立つことが知られている。この関係は理論的に求められたものではなく、経験的に知られている関係である (図 1 参照)。

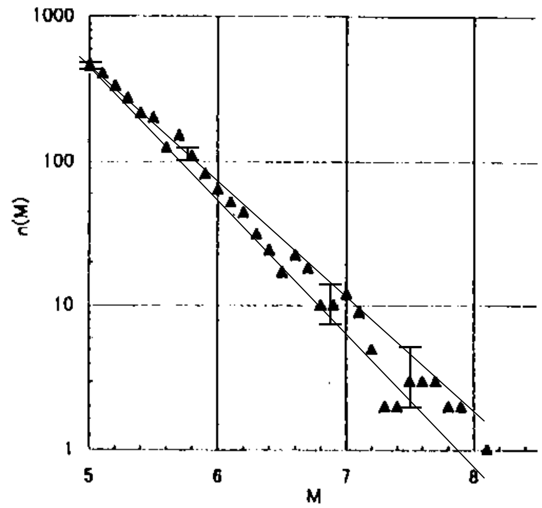


図 1: 日本付近で発生した地震の頻度分布 (1961-1991)
地震の規模 (M) に対して発生数 (n(M)) をプロットした。(岡本義雄,1997 年地学教育学会予稿集,pp16-17 より作図 エラーバー (誤差の範囲) は目分量で付け加えた。)

この図で、横軸の地震の規模がマグニチュード (M) という単位で書かれていることに気をつけよう。マグニチュードは地震のエネルギーの対数をとったものである。したがって上記のグラフは両対数グラフとして考えることができる。このようなグラフで直線で表される関係がグーテンベルグ・リヒター則である。一般に、二つの変数 (x,y) の間に $y = Cx^a$ となるような関係のことをスケーリング則 (スケール則) というが、これはその一例である。

この関係を説明するモデルとして、次の実験方法に示すような簡単化された状況を考えよう。以下で述べるモデルは、「概念モデル」の一例である。概念モデルは、必ずしも現実との対応は良くないものの、基本的な性質を説明するために用いられるモデルである[3]。

[3] この実験は、雑誌「地震」に掲載された 1971 年の大塚氏の論文と 大阪府教育センターの岡本義雄氏による 1997 年地学教育学会予稿集 (p.16,17) を基にし、地学実験向けに作り直したものです。

○実験

材料など

作業用紙, 乱数表 (, 確率 α)

実験方法

岩盤が2次元的なブロックで構成されると仮定する。初期にあるブロックが破壊されたとき、一定の確率で隣の岩盤も連鎖的に破壊されるとする。これをゲームとして実行してみる。具体的には、

1. 岩盤のブロックを6角形で表し、初め一つだけ岩盤が破壊されたとする (図2)。
2. 連鎖的に破壊される可能性があるのはその周囲の6つのブロックである (図3)。それら6つのブロック一つ一つは、適当な確率 (α) で破壊されるとする。破壊されるかどうかは、乱数表を用いて決定する (図4:ここでは6つのうち2つだけ破壊されたとする)。これを一つの段階と考える。
3. 更に、新たな段階を考える。この段階で、ひき続いて連鎖的に破壊される可能性があるのは、前の段階で破壊されたブロックの周囲のブロックである (図5の灰色のブロック)。これらのブロックについても乱数表を用いて破壊されるかどうかを決定する。
   場合によっては両隣のブロックが前の段階で同時に破壊されている場合がある (図5の ×印)。この場合、そのブロックについては破壊されるかどうかを2回調べることにする。
4. 3. の段階を繰り返して全ての破壊の連鎖が終るまで繰り返す。連鎖が止まり、次の段階を調べる必要がなくなったらそれを一つのイベント (一つの「地震」) とする。

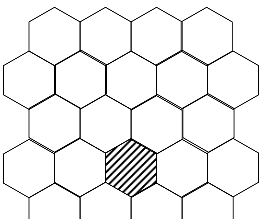


図2:一つだけブロックが破壊された (斜線)

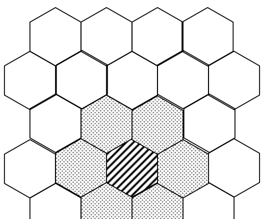


図3:周囲が連鎖的に破壊される可能性がある (網掛)

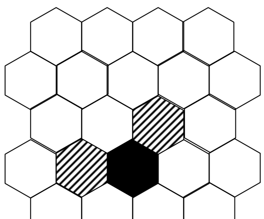


図4:ある確率で周囲のブロックが破壊される (斜線)

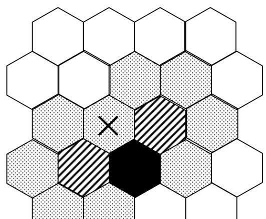


図5:周囲が連鎖的に破壊される可能性がある (網掛)

5. 最終的に破壊されたブロックの数 (x : 地震の規模に相当する) に対して、破壊されたブロックの数が x であるようなイベントの発生回数 (y : 規模が x の地震の発生回数に相当する) がどれくらいあるかを整理する。この時、得られた発生回数には確率論的なふらつき (いわば誤差) がある。(発生回数がポアソン分布に従うと考えて) その量を $\sqrt{y}$ 程度として見積もる。

○考察

考察は以下の点を中心にまとめなさい。誤差についても検討しなさい。このモデルで表現された破壊現象では、大きなものも小さなものも同じメカニズム (発生の仕組み) で発生していることに注意しなさい。

1. 実験回数を増やすと、y が大きくなる。すると誤差 $\sqrt{y}$ も大きくなる。これは、実験回数が少ない方がより良い実験であることを意味するのだろうか。検討しなさい。
2. 破壊されたブロックの数 (x) を横軸、破壊されたブロックの数が x であるようなイベントの発生回数 (y) を縦軸にとり、図を描いてみなさい。スケーリング則が成り立つだろうか。
3. $y = Cx^a$ とした時の指数 a を推定し、a の誤差も評価しなさい。
4. 大規模な地震は小規模な地震とは全く違うメカニズムで生じるとされてきたこと、について、今回の実験の結果からどのようなことが言えるだろうか。

○応用課題

応用課題についてはできる範囲で回答しなさい。

1. このモデルでは、確率 α はいくつにとるのが適当だと思うか。論拠を示しながら述べよ。
2. 自然界には様々な場面でスケーリング則が現れるが、他の例を挙げ、解説しなさい。
3. 横軸のメモリの間隔とグラフの傾きについて議論しなさい。もしも、横軸を対数メモリにとったときに等間隔になるような区分をした場合、傾きはどうなるか。

○卒業までにもっと学ぶためのキーワード

スケーリング則 (スケール則), フラクタル, 臨界現象, 相転移, 発震機構, ポアソン過程, ポアソン分布, グーテンベルグ・リヒター則の b 値

6　静力学平衡 (静水圧平衡)

○背景

大規模な運動については、大気は静力学平衡が良い近似で成り立つと言われている。静力学平衡 (静水圧平衡) で決まる圧力 p(これを静水圧という) については、次式が成り立つ。

$$p = \int_{z_0}^{\infty} \rho \ g \ dz \tag{1}$$

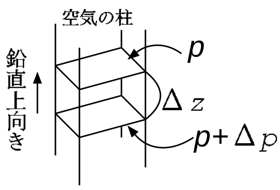
ここで、ρ, g はそれぞれ、大気の密度と重力加速度、また、z 軸は鉛直上向きにとってある。z_0 は、ある高度を表す。

この式は、ある場所 (高度 z_0) での圧力 (単位面積あたりにかかる力) は、そこよりも上にある大気にかかる重力と同じであることを意味する。あるいは、直観的に、**上に積もっている重さ** で圧力が高くなっている、と考えてもよい。

この式を $z(z_0)$ で微分すると、次のような式を得る。

$$0 \ = \ -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} \tag{2}$$

この式の意味を次のような図を用いて考えてみよう。



この図で、気柱の底面積を S としよう。この直方体に作用する鉛直方向の力は次の三つである。1) 上面からの圧力による力 (pS, 下向き) 2) 下面からの圧力による力 ($(p+\Delta p)S$, 上向き) 3) 直方体の質量 $\rho S \Delta z$ に作用する重力 ($\rho g S \Delta z$, 下向き) これらのバランスを考えると、近似的なバランスの式は次のように書ける。

$$\Delta p S = \rho g(|\Delta z| S)$$

z が上向きを正にしていることを考えて、$\Delta z \to 0$ とすれば、静力学平衡の式となる。

これは、圧力を高さの指標として使うことができることを意味する。気象学では伝統的に圧力を高さの指標として用いることが多い。おおよそ、1000hPa は地上付近で、500hPa が上空 5,000m ぐらい。200hPa が上空 11,000m ぐらいである。(こうした事は覚えておこう。)

○観測

装置など

温度計, 気圧計

観測方法

ある程度高い建物を使って観測する。高さのわかる複数の階で (あるいは各階の高さを測った上で) 気圧と温度を測定し、それを記録する。気圧や気温は時間変化するものなので、建物を上る時と下る時の 2 回観測しそれを 1 セットとする。この時、観測の時間間隔も一定にするように心がける。

○考察

結果をまとめた上で、以下の点を中心に考察しなさい。

1. 上りと下りで 2 度計測するのはなぜか。
2. 観測値を縦軸に高度、横軸に気圧と温度をとってグラフに表し、わかることをまとめなさい。
3. 観測された温度から気圧の鉛直変化率を見積もり、観測結果と比較しなさい。また、観測された気圧分布から観測範囲の平均温度を見積もり、観測結果と比較しなさい。
4. 気圧の観測値から温度を小数点以下第一位まで精度良く求めるとすると、気圧の測定の精度はどれくらい必要か。

○参考

- 気圧分布から温度の関係

  気体の状態方程式と静力学平衡の式から、気圧分布と気温の関係式を得ることができる。まず、気体の状態方程式は、次のように書けた。

$$PV = nRT$$

(P : 圧力、V : 体積、 n : モル数、R : 気体定数、T : 温度)

これらの量を使って、密度 ρ を表現したい。分子量 M を導入すれば、状態方程式とあわせて次のようになる。となる。

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{nM}{V} \\ &= \frac{MP}{RT} \end{aligned} \tag{3}$$

静力学平衡の式 (2) と、気体の状態方程式 (3) とを組み合わせて、密度 ρ を消去すると次のようになる。(ln は 自然対数 $\log_e$ を表している。)

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial z} &= -\rho g = -\frac{gMP}{RT} \\ \therefore T &= -\frac{gM}{R}\frac{P}{\frac{\partial P}{\partial z}} = \underline{-\frac{gM}{R}\frac{1}{\frac{\partial \ln P}{\partial z}}} \end{aligned}$$

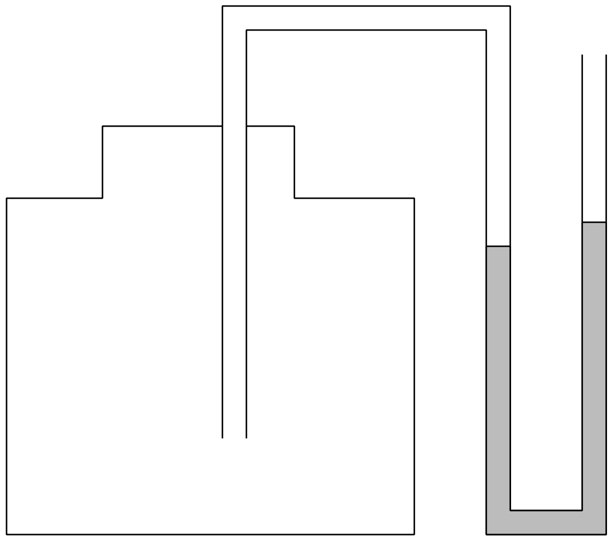
○卒業までにもっと学ぶためのキーワード

微分方程式, 長波近似, 大気潮汐, (USA) 標準大気

7　気圧計の作成と性能評価

○背景

静力学平衡のところで説明したように、「上に積もった空気にかかる単位面積当たりの重力」が大気圧であるということができる。そこで、次のような簡易気圧計を考えてみよう[4]。



図の左側の容器は、突き刺してあるパイプ以外は密閉してある。パイプは途中曲げられていて、中には液体 (水) を入れる。一般には、液体の水面は容器側と外側とで水位差がある。この水位差は、静力学平衡の考え方から外側と内側の気圧差に相当すると考えられる。

○実験

材料など

パイプ, プラスチックの瓶, 透明なスケール, 接着剤, カッターナイフ

与えられた材料を元に気圧計を作ってみなさい。このとき、できるだけ「良い気圧計」を作るように工夫しなさい。

また、前節を参考にしながら、実際に気圧を測定してみなさい。

○考察

以下の点を中心に考察しなさい。

1. 水位差を容器内外の気圧差に換算する式を作りなさい。(水位差 $1mm$ の変動は何 hPa の気圧変動に対応しているか。)
2. 容器内の空気の温度が 1 度上昇すると水位はどれくらい変動するか。

[4] このアイデアは、愛知教育大学の田平先生から教えていただきました。

○参考 1. [設計上の注意] パイプの太さと内部の圧力の変化について

気圧計内部の圧力が一定であるという仮定は、内部の体積が一定とみなせることを前提としているので、パイプの太さと関係がある。

温度一定のもとで内部の圧力, 体積を P, V とする。温度が一定であるから $PV=$ 一定 である。次に、パイプの断面積を S、容器側の水位の下降量を δx としよう。すると、パイプを含む容器内の体積は、$S\delta x$ だけ増加する。すると、水位が変化したことによる内部の圧力の変化 δP は、

$$
\begin{aligned}
PV &= (P+\delta P)(V+S\delta x) \\
\delta P &= P\frac{V}{V+S\delta x} - P \\
&= P\left(\frac{1}{1+\frac{S}{V}\delta x} - 1\right) \\
&\simeq -P\frac{S}{V}\delta x
\end{aligned}
$$

この圧力変化量が、水位差 $\Delta z \sim 2\delta x$ に伴う容器内外の気圧差に対して十分小さいという条件 $\frac{\delta P}{\Delta P} \ll 1$ は、

$$
\frac{PS}{2\rho g V} \ll 1
$$

となる。この条件が満たされないと良い気圧計とは言えない。左辺の値を計算してみよう。

2. [観測時の注意] 温度変化依存性

この気圧計は温度に敏感である。

内部の温度を T とすると、水の蒸発の効果を除けば、$\frac{PV}{T}$ は一定である。容器内の温度が 1 度上昇したとし、S, δx を上と同様に定める。容器外の圧力を一定とすれば圧力の増加分は $2\rho g\delta x$ となる。すなわち、

$$
\frac{PV}{T} = \frac{(P+2\rho g\delta x)(V+S\delta x)}{T+1}
$$

これを解くと、次のようになる。この値も計算してみよう。

$$
\begin{aligned}
\delta x &\simeq \frac{1}{\frac{2\rho g}{P}+\frac{S}{V}}\frac{1}{T} \\
&\simeq \frac{1}{\frac{2\rho g}{P}T}
\end{aligned}
$$

○卒業までにもっと学ぶためのキーワード

微分方程式, (USA) 標準大気

8 露点温度の計算と雲底高度の見積り

○背景

大気中に含まれる水蒸気が雲を作ることは周知の通りである。

水蒸気が空気中に含まれることで、大気の熱力学的な問題は非常に難しくなることが多い。それをできるだけ簡単に扱うために、様々な物理量が提案され実用化されている。ここでは、気温 (温度) の他に、露点温度と湿球温度を扱う。また、飽和混合比の概念もここで扱う。

相対湿度

ある空気の飽和蒸気圧に対する蒸気圧の割合を表したもの。

露点温度

圧力一定の下、空気を徐々に冷却した場合、その空気の飽和蒸気圧 (:温度の関数) が蒸気圧 (:保存量) と等しくなる温度のことである。

つまり、どんどん冷却した場合、何度になったら結露するか、という温度のことである。

湿球温度

圧力一定の下、水の薄膜で被われた温度計が示す温度のことである。蒸発熱によって温度計は冷却され、湿球温度に達して平衡状態になったと仮定している。

乾湿温度計の湿っている方の温度のことである。

露点温度も湿球温度も、空気の湿り具合と関係がある。例えば相対湿度100%の場合、どちらも気温と一致する。

混合比

水蒸気の量を、乾燥空気 1kg に対して水蒸気が何 g 存在するかで表した量。

飽和混合比

ある圧力と気温を与えると、水蒸気が飽和している時の混合比は決まってしまう。その時の混合比を飽和混合比という。

これらの諸量は横軸に気温、縦軸に気圧をとったエマグラム (図 8) で強く結びついている。具体的には次のような操作をすると、気温・湿球温度・気圧から、露点温度・雲底高度を得ることができる。すなわち、

1. 観測された点 (気圧 P, 温度 T) を通る乾燥断熱線[5]を引く。
2. 同様に観測された点 (気圧 P, 湿球温度 Tw) を通る湿潤断熱線[6] を引く。

---

[5]熱の出入りの無い状態で空気の塊を上空に移動させた時、気圧が下がる ので 温度も低下する (断熱膨張)。水蒸気が飽和していない場合は乾燥断熱線に沿って温度が下降する。

[6]空気の塊を上空に移動させた時、水蒸気が飽和している場合は、水蒸気が凝結し、潜熱を出すので乾燥断熱線に沿っては温度が下降せず、湿潤断熱線に沿って温度が下降する。

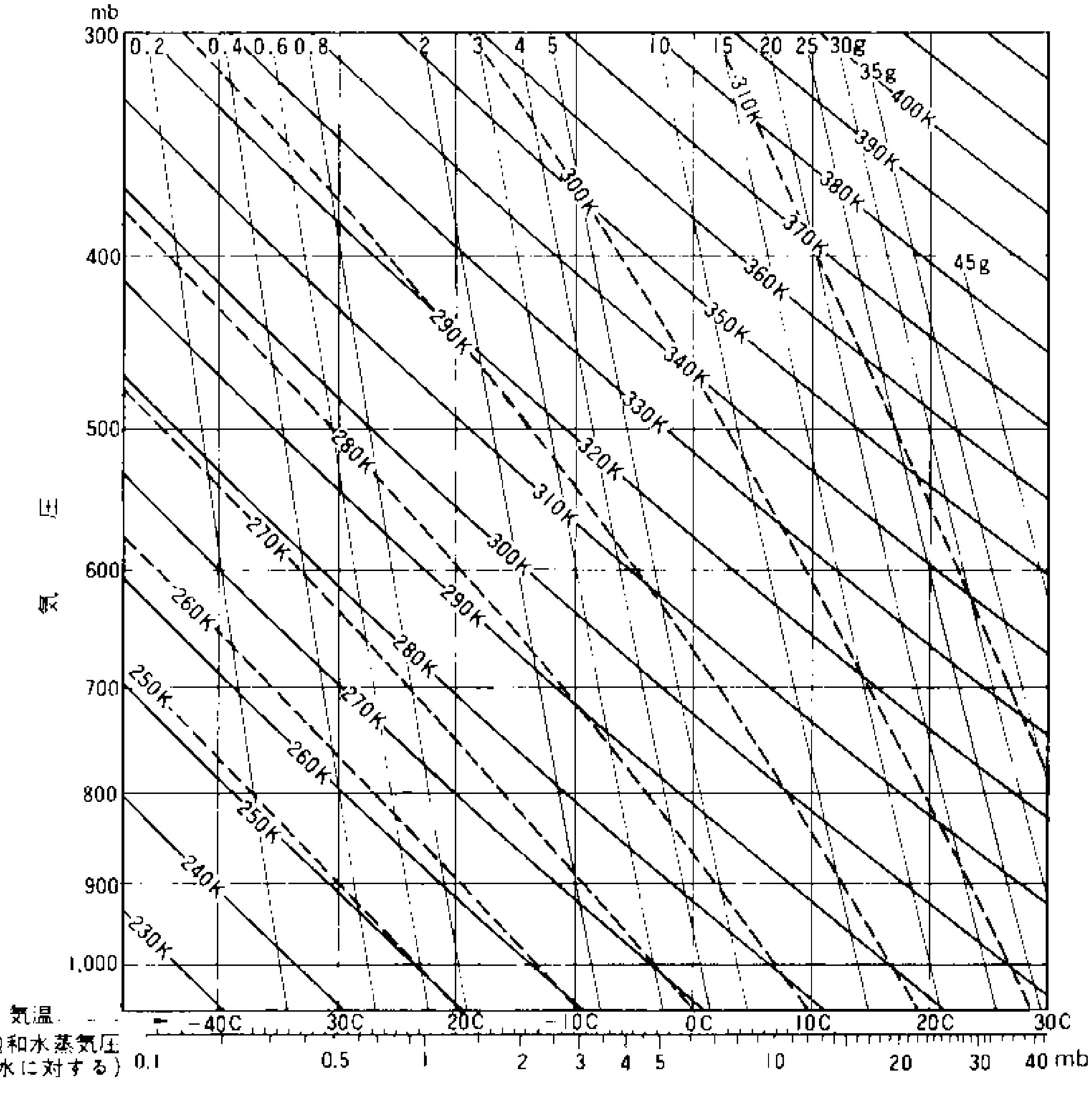
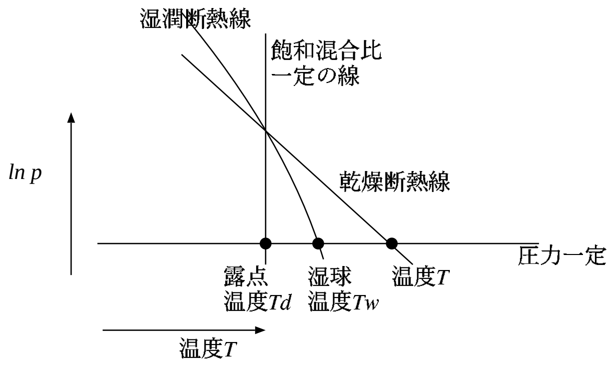


図 2.2 エマグラム.

図 2: エマグラム:太線は乾燥断熱線、破線は湿潤断熱線、細い線は飽和混合比線
縦軸の気圧の単位 mb(ミリバール) は hPa(ヘクトパスカル) と同じ単位であると考えてよい。(「大気科学講座 2 雲や降水を伴う大気」浅井冨雄 他著, 東京大学出版会, 1981, p.24)

3. 両者の交点を求める。この交点の圧力 p は、雲底以下が良く混合されていて均質な空気になっているような場合の (圧力の値で表現された) 雲底高度に相当する。

4. この交点から、飽和混合比一定の線に沿ってもとの圧力まで下る。もとの圧力の線との交点が、その時の温度が露点温度を与える。



エマグラム中の露点温度・湿球温度・飽和混合比の関係

○観測実験

装置など

乾湿温度計, 気圧計, エマグラム

観測方法

1. 観測は屋外で行うが、計測機器に直接日光を当ててはならない。また地上から約 1.5m 程度の高さのところで計測を行うこと。
2. 午後 1 時ごろから午後 4 時ごろまで、5 分おきに温度・湿球温度・気圧を計測する。また、同時に雲の目視観測も行い、雲形と雲量 (全天を覆う雲の割合:0〜10 の 11 段階) を見積もる。
3. エマグラムを用いて雲底高度と露点温度を見積もる。
4. これらの量の時間変化をグラフにする。

○考察

以下の点を中心にまとめなさい。

1. 観測された雲底高度と雲形について何か言えることはあるか。
2. その日の天気図と見比べて何か言えることはあるか。
3. 露点温度はどのように変化したか。それは何を意味するか。
4. エマグラムの乾燥断熱線はどのような計算式で記述されるか。
5. 露点温度はどのような実験で確かめることができるか、考えなさい。またできれば実行しなさい。

○応用課題

できる範囲で行いなさい。

1. エマグラムによって露点温度と湿球温度が関係づけられることを自分の言葉で説明することを試みなさい。両者はどのように違うか。

○卒業までにもっと学ぶためのキーワード

条件つき不安定, クラウジウス・クラペイロンの式, 潜熱, 暖かい雨, 冷たい雨

9　コリオリの力

○背景

惑星 (例えば地球) の上での流体 (例えば大気や海洋) の運動を考える場合、次の二つの効果が重要である。

1. 回転の効果
2. 密度成層の効果

ここでは、回転が物体の運動にどのような影響を与えるかを考察する。その前に予備知識が必要であるので整理しておく。

「力」とは 「運動方程式」とは

日常生活でいう「力」はややあいまいである。一方、物理学で用いる「力」の定義はよりはっきりしてる。

ニュートンの三つの法則のうちの一つは、

$$(\text{力}) = (\text{質量}) \times (\text{加速度})$$

という数式で表される。これを運動方程式という。よく、

$$\vec{F} = m\vec{\alpha}$$

と書かれる。(各文字は上の式の各項目を表している。また、上に付いた矢印はその量がベクトルであることを表している。) 物理学でいうところの力については、この関係が成り立つ。

ここで「加速度」とは a、速度の時間変化率のことである。あるものの速度とは、そのものの位置の座標の時間変化率 (座標を時間で微分したもの) である。そして速度を時間で微分したものが加速度である。

また、質量とはとりあえず日常的な「重さ」と考えても良い。実際、質量の単位は、良く知っている。記号は kg であり、名称は 「キログラム」である。(上の運動方程式は質量の定義とも考えられる。)

- (速度) $= \frac{d(\text{座標})}{d(\text{時間})}$
- (加速度) $= \frac{d(\text{速度})}{d(\text{時間})}$

慣性系

上で示した運動方程式は万能だろうか。例えば一定の速さで走る電車の中で立っていたとしよう。電車が急に止まると体は進行方向に勝手に進もうとする。さらにブレーキがかかる直前に車内でジャンプしていた人は、今までの電車の速さでそのまま進んで行くだろう。その時、電車で座っていた人からみると、ジャンプしていた人には何も力がかかっていないのに急に前方に進み出した (加速度をもって運動し始めた) ように見えるだろう。

このように加速度運動している人から見ると、上の運動方程式は成り立たなくなってしまう。運動方程式は、加速度運動していない人が観察したときだけに成り立つのである。このような加速度運動していない視点とその視点を元に作った座標系を慣性系という。

慣性力

逆に、上の例で電車の中に座っている人から見ても運動方程式が成り立つようにするにはどうすればいいだろうか。その場合には、実際には働いていないのだが、「見かけの力」あるいは「慣性力」というものが作用していると考えて説明すると都合が良い。実際、電車に座っていても、電車が急に止まると、前方に押される「力」を感じる。

例えば回転している系 (回転系) は、慣性系ではない (非慣性系である)。

慣性系の運動方程式

$$m\vec{\alpha} = \vec{F}$$

に対応するように回転系の運動方程式を書くと次のようになる。

$$m\vec{\alpha} = \vec{F} - 2m\vec{\Omega} \times \vec{v} - m\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{x})$$

ここで、$m, \vec{\alpha}, \vec{v}, \vec{x}, \vec{\Omega}$ は、それぞれ物体の質量、加速度ベクトル、速度ベクトル、位置ベクトル、角速度ベクトル (向きは回転軸方向で右ネジの進む向き, 大きさは $2\pi/$(周期)) である。また、記号 $\times$ は、外積[7]を表す。

この場合、次の二つの慣性力が現れてきている。

- 遠心力

$$-m\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{x})$$

向き

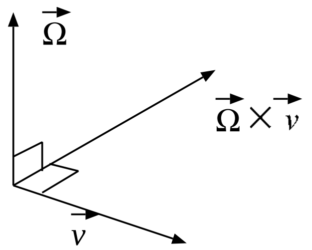
回転の中心から遠ざかる向きに作用する。

大きさ

中心からの距離 (r) と質量 (m) に比例し、回転角速度 $(\Omega = \frac{2\pi}{(周期)}$ = (一秒間に何ラジアン進むかを表した量)) の 2 乗に比例する。

$$(\text{遠心力の大きさ}) = mr\Omega^2$$

7



外積は次のように定義される。二つのベクトル $\vec{\Omega} = (\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)$ と $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ があったとすると、外積 $\vec{\Omega} \times \vec{v}$ はベクトル量でその各成分は、

$$(\Omega_2 v_3 - \Omega_3 v_2, \Omega_3 v_1 - \Omega_1 v_3, \Omega_1 v_2 - \Omega_2 v_1)$$

である。このベクトルは $\vec{\Omega}, \vec{v}$ に対して垂直で、$\vec{\Omega}, \vec{v}, \vec{\Omega} \times \vec{v}$ の順に右手系をなす。(それぞれ順番に右手の親指、人差指、中指に対応している。)

外積のベクトルの大きさは、二つのベクトルの作る平行四辺形の面積に等しい。

遠心力は保存力である (ポテンシャルエネルギーを使って書ける) ので、通常、重力の中に組み込み、二重に考えないようにする。

- 転向力 (コリオリの力)

$$-2m\vec{\Omega} \times \vec{v}$$

向き

回転軸を z 軸とし、z 軸の正の向きから見て左まわりに回転している系では、物体が y 軸方向に進むとすると、x 軸方向に力が作用する。(上から見て左回りに回転するような回転系の場合には、速度の右手側に働く。地球の北半球では進行方向右手に作用する。)

大きさ

質量に比例し、回転角速度 (Ω) と物体の速度 (v) に比例する。

$$(\text{コリオリの力の大きさ}) = 2m\Omega v$$

ただし、地球の表面での運動では、コリオリの力の水平方向成分だけが重要になる。水平方向成分は $\sin\theta$ (速度の z 軸とのなす角を θ とする。地球の場合について言えば、「余緯度」つまり、経度線に沿って北極から測った角度) に比例するので、地球の表面で考える時には、

$$(\text{コリオリの力の大きさ}) = 2m\Omega v \sin\theta$$

となる。

○実験

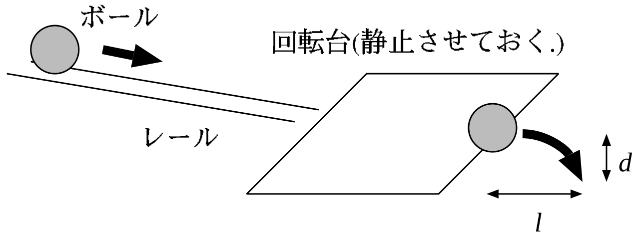
この実験では、コリオリの力を実感する。等速直線運動をしている質点を回転系から見た時にどのような軌跡を描くか調べる。

装置など

回転台, ボール, レール (下図参照), インク (スタンプ台), ストップウォッチ, 水準器, カーボン紙, 紙

準備

あらかじめ、回転台の上をボールが進む速さを測定しておく。回転台の高さ (d) と、回転台の端から飛び出した距離 (l) を測定すれば台上のボールの速度がわかる。この時、台が水平になっているか気をつける。飛び出した距離を測定するには、カーボン紙と紙を重ねたものをテーブルに置いておくとわかりやすい。



参考の項を参照してボールの速さを求める。

実験方法

あらかじめ紙を張り付けた回転台を左回りに回転させ、回転周期を時計で計ると同時に、インクをつけたボールを転がす。できるだけボールが回転の中心を通るようにした方が良い。(なぜか?)

○考察

実験結果をまとめた上で以下の点を中心に考察しなさい。

1. コリオリの力の影響だけを考えると、その大きさが $2m\Omega v$ で、向きが運動の方向に直交しているので、理論的にはボールの軌跡は半径 $\frac{v}{2\Omega}$ の弧を描くはずである[8] 。その弧の半径を計算してみなさい。その誤差を評価しなさい。
2. 紙に残った軌跡から曲率半径 (曲がり具合を円で近似した時の半径) を見積もるにはどうしたらいいか。曲率半径の誤差はどの程度か。
3. 実際に測定された軌跡と上の計算結果を比較しなさい (つまり、誤差の範囲で両者が一致するかどうか検討しなさい)。違いが出た場合には、どうしてそのような違いが出たかを誤差に注意しながら検討しなさい。
4. 曲率半径はボールの速さにどのように依存しているか。グラフに描いて検討しなさい。
5. 曲率半径は回転の速さにどのように依存しているか。グラフに描いて検討しなさい。
6. 新幹線の速さを時速 230km として新幹線に働くコリオリの力と新幹線に働く重力との比を計算してみなさい。コリオリの力はどちらの方向に作用するか。

○応用課題

応用課題についてはできる範囲で回答しなさい。

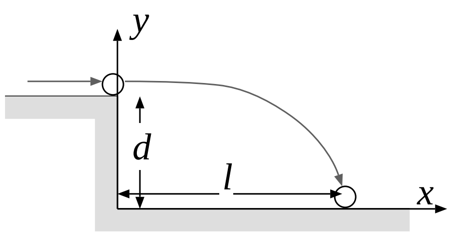
1. 回転系の運動方程式を求めてみなさい。
2. コリオリの力を実験で示す他の方法を考えてみなさい。(フーコーの振り子以外で。)

○ 参考

慣性系で考える。下図のように水平に飛び出した質量 m のボールが、高さ d だけ落下する間に、水平方向に l だけ進んだ。ボールが飛び出した時の速さ (v_0) はどれくらいか。

[8]適当な記号を使うと次のような式からわかる。

$$m\frac{v^2}{r} = 2m\Omega v$$



運動方程式

$$\vec{F} = m\vec{\alpha}$$

を x, y 方向それぞれについて書く。ボールの中心の位置が (x_b, y_b) であるとすると、まず x 方向については重力を含めて全く力が作用しないから、

$$0 = m\frac{d^2x_b}{dt^2}$$

次に y 方向については重力のみが作用するから、

$$-mg = m\frac{d^2y_b}{dt^2}$$

よって、$\frac{d^2x_b}{dt^2} = 0, \frac{d^2y_b}{dt^2} = -g$ である。

初期条件 ($t = 0$ で、$(x_b, y_b) = (0, d), \vec{v} = (v_0, 0)$) を考えると、

$$\begin{aligned} x &= v_0 t \\ y &= d - \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned}$$

となる。(x, y をそれぞれ t で微分して $\frac{d^2x_b}{dt^2} = 0, \frac{d^2y_b}{dt^2} = -g$ となることを確かめよう。)

ボールが着地した時刻 (t_c) に $(x_b, y_b) = (l, 0)$ であるから、

$$\begin{aligned} l &= v_0 t_c \\ 0 &= d - \frac{1}{2}gt_c^2 \end{aligned}$$

これを v_0 について解くと、

$$v_0 = l\sqrt{\frac{g}{2d}}$$

おしまい//

○卒業までにもっと学ぶためのキーワード

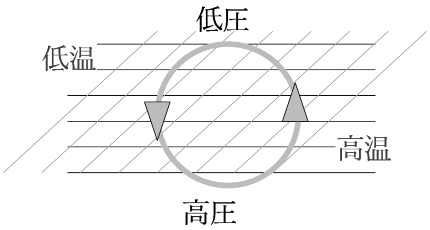
運動方程式, 座標変換, 慣性力, 角運動量の保存, 静力学平衡, ジオポテンシャル, 地衡風 (地衡流), 慣性振動, 慣性周期

10　渦度 (うずど) の生成

○背景

流体力学で用いられる運動方程式から、渦度[9]に関する方程式である渦度方程式を導くことができる。渦度方程式によると、渦が生成 (あるいは強化) されるのは、次の 3 つの効果によることがわかる。

1. 回転軸方向に伸びる (回転軸に垂直な方向に縮む) ことによる効果
   フィギュアスケートの選手が銀盤上で回転する時、回転角速度を変化させることができる。例えば、広げていた腕や脚を縮めるだけで、回転数を変えられる。同様の事が流体でも生じる。
2. 別の方向の渦度を持っている流体を傾けることによる効果
   ある方向の渦度を持っていたものの向きを変えれば、それまでの向きの渦度が減り、新たに傾けた方向の渦度ができる。
3. 圧力の等値線と密度の等値線が交わることによる効果



ある高度での温度分布と圧力分布が上図 (平面図) のようになっていたとする。この時、高圧側から低圧側にかかる力 (気圧差による力、気圧傾度力) はどこでも同じである。しかし、冷たい空気と暖かい空気とでは密度が違うので、圧力傾度力に応じた加速度運動を開始したとすると、軽い方が動きやすい。

したがって上の図のような状況では反時計回りの回転が起こり始めるのである。

○実験

装置など

回転台, 椅子, 車軸に持ち手をつけた自転車の車輪, 傘

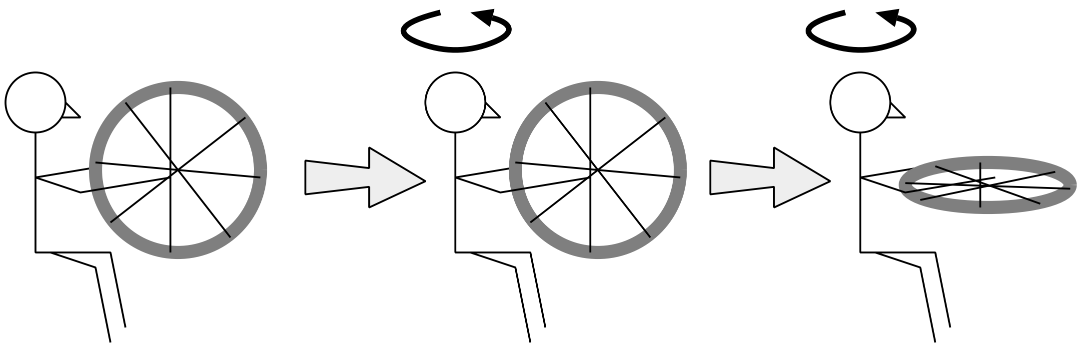
> **危険！**
>
> 傘の縁や先端はとがっていて危険であるので、取扱には十分に注意すること。

[9] とりあえず渦と思っても良い。

実験方法

その 1

1. 回転台に乗り、車軸を水平に持つ。
2. 車輪が回転しないように車輪を押える。他の人に回転台をゆっくり回してもらう。
3. 回転の速さがほぼ一定になったら、押えていた手を離す。そして車軸を鉛直にする。



ここで、椅子の回る向きと、車軸を鉛直にする時に右手と左手のうちのどちらを上にしたか、に十分気をつけなさい。また、表現にも十分注意しなさい。例えば、「手前から奥へ回転した」とか、「地球の人が見て右回り」等という記述は通常の人が読んでも理解できない。どちら側から見て、どのように回ったと、誰にでも伝わる記述をしなければならない。

その 2

1. 回転台に乗り、車軸を鉛直に持つ。
2. 車輪が回転しないように車輪を押える。他の人に回転台をゆっくり回してもらう。
3. 回転の速さがほぼ一定になったら、押えていた手を離す。そして車軸を水平にする。

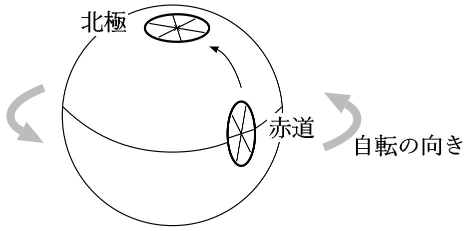
その 3

1. 周囲に人がいないことをよく確認する。
2. 回転台に乗った人が傘をさす。(傘の軸が鉛直になるようにする。)
3. ゆっくり回りながら、一定の速さで回転するようになったと思ったら、傘を閉じる。傘はどのように回ろうとするだろうか。
4. 回転台が回転していない場合と比較する。

○考察

実験結果をまとめた上で以下の点を中心に考察しなさい。

1. それぞれの実験は、渦度の生成にかかわるどの効果に対応しているだろうか。
2. 大気中には、台風・竜巻・中緯度の移動性高低気圧といった渦を伴う現象がある。それぞれどのような効果によって渦度が強くなっていると考えられるか。
3. 大気が存在している領域の鉛直方向・水平方向の大きさは、それぞれどれくらいか。また、そのことから、鉛直方向と水平方向と、どちらの方向の速度が一般により大きいと期待されるか。
4. 赤道に立つ人から見て静止していた空気の塊があったとしよう。この空気の塊を赤道から北の方向に北極まで、経線に沿って移動させたとする。空気の塊はどのような回転をすると予想するか。それは高気圧性の回転に相当するか、低気圧性の回転に相当するか。



5. 北極点に立つ人から見て静止していた空気の塊があったとしよう。この空気の塊を北極から南の方向に赤道に、そして更に南極まで、経線に沿って移動させたとする。この場合はどうか。

○応用課題

応用課題についてはできる範囲で回答しなさい。

1. 渦度方程式を導きなさい。時間微分の項に注意しなさい。

○卒業までにもっと学ぶためのキーワード

流体力学の運動方程式, 渦度方程式, 渦度, ベクトル解析 (rot, div, grad), 循環, β 効果, ポテンシャル渦度, ロスビー波, 海洋大循環

11　津波 (浅水波) の速さ

○背景

海洋には様々な波動がある。風が吹いてできる「さざ波」、遠くの台風によってできる「うねり」、海洋全体の循環に関係するような渦の波「ロスビー波」等である。

震央が海にある大地震の場合に生じる津波もその一例である。沿岸地域に到達した時を除いて、津波には次のような特徴があり、それは「(線形の) 浅水波」と呼ばれる波の性質と一致している。

- 水平の波長 (波の山から山までの間隔) が水深に比べて十分長い。
- 振幅 (海面の凸凹) が水深に比べて十分小さい。

浅水波については理論的に様々なことがわかっている。(二層の) 浅水波の速さは次のように表される。

$$\sqrt{\frac{\rho_{下}-\rho_{上}}{\rho_{下}}g\frac{H_{上}H_{下}}{H_{上}+H_{下}}}$$

ここで g, ρ, H はそれぞれ、重力加速度, 密度, 層の厚さを表し、添字「上」「下」は、それぞれ上層と下層の量であることを表している。(例えば、温度躍層を挟んで上下を上層下層とみなす場合もあるし、大気と海洋を上層下層とみなしても構わない。)

ここでは、波の速さを測定し理論値と比較してみよう。

○実験

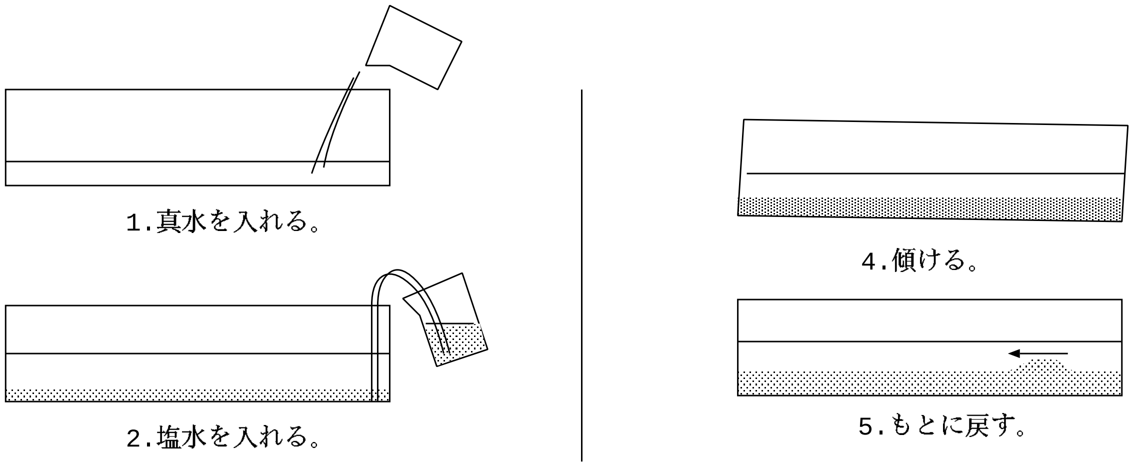
装置など

水槽, 水, 塩, メスシリンダー, 染料, 秤, メジャー, 水深測定装置, パイプ

実験方法

水深測定装置については別の説明書を参照すること。

1. 水 (500ml) を計りとり、その重さを計測し密度を求める。
2. 水槽に水 (水道水) を 2 ℓ 入れる。
3. 塩 50g, 染料 1 g を 水 500 g を混ぜて溶かす。その体積を計測し密度を求める。
4. こうして作った塩水を水槽に入れる。その際、先に入れた真水と混ざらないように、サイフォンを用いて少しずつ入れるようにする。
5. 次に、水深測定装置をセットする (まだ測定そのものは開始しない)。
6. 水槽自身を少しだけ傾け、流れが落ち着くまで待つ。
7. 流れが落ち着いたら、測定装置を稼働させ、水槽をゆっくりと水平に戻す。この時波が生じて、下層の塩分の濃い所の厚さの変化に対応する記録が水深測定装置で得られる。



8. その結果をグラフにし、波の速さを計算してみる。

○考察

考察は以下の点を中心にまとめなさい。

1. 波の速さの誤差はどの程度と考えられるか。
2. 波の速さは、塩水の厚さや真水の厚さを変えるとどのように変化するか。それは理論と一致するか。
3. $\rho_{上} \ll \rho_{下}$ かつ、$H_{上} \gg H_{下}$ とみなせる場合、波の速さはどのように近似されるか。
4. 津波の速さはどの程度と考えられるか。但し、太平洋の平均的な深さを 3000m としなさい。また、今回の実験で、真水の層が大気、塩水の層が海水に対応することに気をつけなさい。

○応用課題

応用課題についてはできる範囲で答えれば良い。

1. 波の速さの理論値を求めてみなさい。

○卒業までにもっと学ぶためのキーワード

深水波, 浅水波 (長波), さざ波, 分散関係, 群速度, 位相速度, 波数, 振動数, 内部重力波

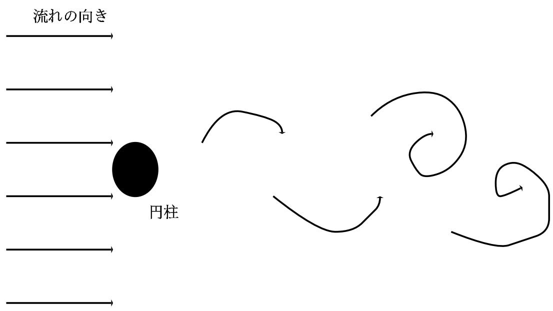
12　カルマンの渦列と流体の相似則

○背景

流体力学で大気中の現象を扱うことができるというが、それは机上の (あるいはコンピューター上の) 話であって、我々が直接手で触れ、目で見ることができる流体の現象、例えば風呂場の湯の運動とは全く異るのではないだろうか。実はそうではない。

一定の流速で流れる流体の中に物体 (円柱) を置くと、あるパラメタ (流体の速さ、物体の大きさ、粘性の強さ) によってはある特徴的なパターンが生じる。

例えば、次に示す図のようになる。この様な渦の列を「カルマンの渦列」と呼ぶ[10]。



一方、大気中にも非常に良く似た現象が起こる。済州島付近の雲の衛星画像は有名である。

カルマンの渦列の場合、流体力学の方程式を適当に処理すると、次に示す次元のないパラメタ R_e (レイノルズ数と呼ばれている。) が同じならば、数式の上では全く同等[11] になることがわかっている。この関係を「流体の相似性」という。

$$R_e \equiv \frac{UL}{\nu}$$

ここで、U は流体の流速 (単位 : m/s), L は円柱の直径 (単位 : m), ν は流体の動粘度 (あるいは動粘性係数。流体の粘り具合を示す量。粘性率を密度で割ったもの。単位は m^2/s) である。このレイノルズ数が同じならば起こる現象は上に述べた意味で相似なのである[12]。

注意しておきたいのは、レイノルズ数の単位である。レイノルズ数には単位が無いことがわかる。このように単位の無い数のことを無次元量と呼ぶ。流体力学ではこのような無次元量が数多く登場する。

---

[10]状況が全く対称的であるのに、このように非対称な乱れが生じるような現象を、特に「不安定」現象と呼ぶ。このカルマンの渦列は不安定の例であるし、傾圧不安定 (13 章 p. 49 参照) も不安定の例である。

[11] ここで、「同等」と書いたのは、二つの現象を比較したりする場合には、大きさと時間を適当な倍率で変換しなければならないという意味である。

[12] このことは、流体自身に特徴的な大きさがないことを端的に表している。擬人的に言えば、流体は自分自身の大きさを知らないので、大きなスケールの現象も小さなスケールの現象も、特徴づける無次元量が同じならば同様に起こるのである。

○実験

この実験では、カルマンの渦列を実際につくってみて、レイノルズ数がどれくらいの時にカルマンの渦列ができるのかを検討する。更に、済州島のパターンと同様のパターンを選び出すことによって大気の動粘度の大きさを見積もる。

装置など

水, 水槽, 墨, 半紙, ようじ・鉛筆等の棒, 計時機能のついた時計 (ストップウォッチ), 墨をたらすためのスポイト, 温度計

実験方法

水槽に墨を流しておく。あらかじめスケールを水槽の底に沈めておき、そのスケールに沿ってようじをなるべく一定の速度で動かす。スケールの端から端まで移動した時間を測定する。そして、半紙をそっと水面にのせてパターンを記録しておく。半紙をのせるタイミングは、棒の移動が終った直後とする。

注意

墨で服を汚したりしないように十分に注意する事。また、実験終了後、必ず **きれいに** 掃除すること。

○考察

考察は以下の点を中心にまとめなさい。誤差についても検討しなさい。

1. 水の動粘度を理科年表で調べた上で次の点を整理せよ。(※これらの値を判定するのに、最低、何ケースの情報をレポートに記載する必要があるだろうか。)
   (a) レイノルズ数がいくつ以下の場合には、カルマンの渦列が見られなかったか。
   (b) レイノルズ数がいくつ以上の場合には、流れが乱流的になったか。
   (c) 済州島のパターンと同様のパターンが出た時のレイノルズ数はいくつぐらいか。
2. 済州島の場合、済州島の大きさを 100 km とし、風速を $20m/s$ とすると、大気の動粘度はどれくらいになると考えられるか。
3. 参考として、理科年表から空気の動粘度 (= 粘度 ÷ 密度) を調べなさい。

○応用課題

1. 上で求めた大気の動粘度と比較しなさい。結果が大きく異ることになった場合には、どうしてそうなったかを考察しなさい。
2. この現象は、時間に依存する現象なので、現象を比較するにはパターンだけではなく、時間も意識しなければならない。この点を論じなさい。

○卒業までにもっと学ぶためのキーワード

レイノルズ数, レイリー数, 無次元化, 乱流, 混合距離理論, 2 次元の流体運動, 流線関数, 速度ポテンシャル

13　傾圧不安定

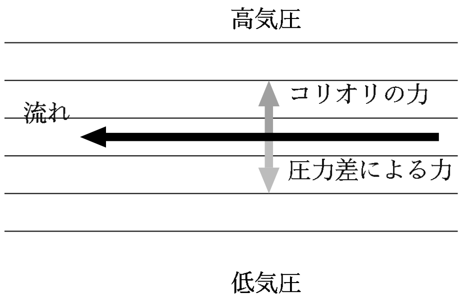
○背景

大気の運動を考える場合には、回転と密度差の影響が重要である事は既に述べた。「傾圧不安定」は、その両方の効果と関係があり、現実の大気中の高気圧と低気圧は、この傾圧不安定が原因で生じると考えられている。

ここでは傾圧不安定に関係する簡単な実験を行う。

その前に、「地衡風」あるいは「地衡流」について知っておかなければならない。

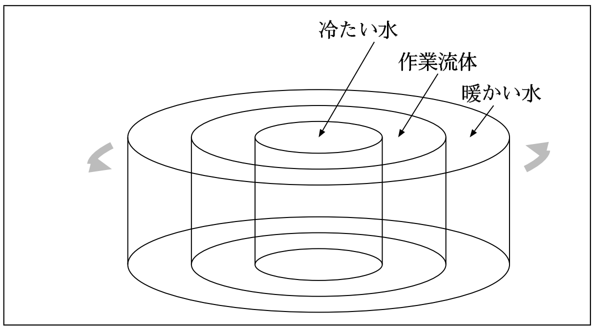
コリオリの力が作用しているために、回転系の流体の運動には特徴的なバランスが生じる。圧力差による力とコリオリの力がバランスしているのである。このようなバランスになっている時、流れは等圧線に沿うようになっている。これを「地衡流」あるいは「地衡風」と呼ぶ。(図は北半球の場合。)



○実験

装置など

次のような回転台にのった水槽[13],



温度計, アルミの粉, ストップウォッチ

実験方法

一定の割合で回転する回転台の上に３重の円筒を置き、最も内側の円筒には冷たい水を入れ、最も外側の円筒と外から二つ目の円筒の間にはあたたかい水を入れる。作業流体の運動がよく分かるように、アルミの粉を浮かべておく。

[13] このような実験装置を使って行われる研究は 1950 年代に始められたが、今日に至っても古くて新しい問題として多くの研究者によって研究されている。

始めは温度差が大きいが、次第に温度差は小さくなって行く。温度差が小さくなる過程でどのような変化が見られるか。整理しなさい。また各過程をよく観察しスケッチをとりなさい。

注意 熱湯を扱う場合には、火傷をしないように十分に注意すること。

○考察

実験結果をまとめた上で以下の点を中心に考察しなさい。(計算過程では計算量を減らすことを考えなさい。)

1. 流れが蛇行していない時は、流体上層では円筒の内側と外側とどちらが高気圧になっているだろうか。また、流れが蛇行した時に、流れのどの部分が高気圧でどの部分が低気圧になるのであろうか。

2. 次の図は、Fowlis と Hide によってまとめられた実験結果を表したものである。

   今回の実験結果を図に書き込みながら一致するかどうか確かめてみなさい。

   ここで、R_{oT}, T_a はそれぞれ、熱ロスビー数, テイラー数と呼ばれる無次元量である。これらが同じならば起こる現象は本質的には同じであるとされている。つまり時間的な尺度 (周期) や空間的な尺度 (大きさ) は違うが、形や変動の様子は同じであると考えられている。このような関係を「相似」であるという。

$$R_{oT} \equiv \frac{\alpha g d \Delta T}{\Omega^2 L^2}$$

$$T_a \equiv \frac{4\Omega^2 L^4}{\nu^2}$$

   ここで、$\alpha, g, d, \Delta T, \Omega, L, \nu$ はそれぞれ、体膨張係数 (or 熱膨張率。 温度が 1 °上がった時に体積が x 倍になった場合の x-1), 重力加速度, 作業流体の深さ, 内壁と外壁の温度差, 回転角速度, 内壁と外壁の間隔, 動粘性係数である。

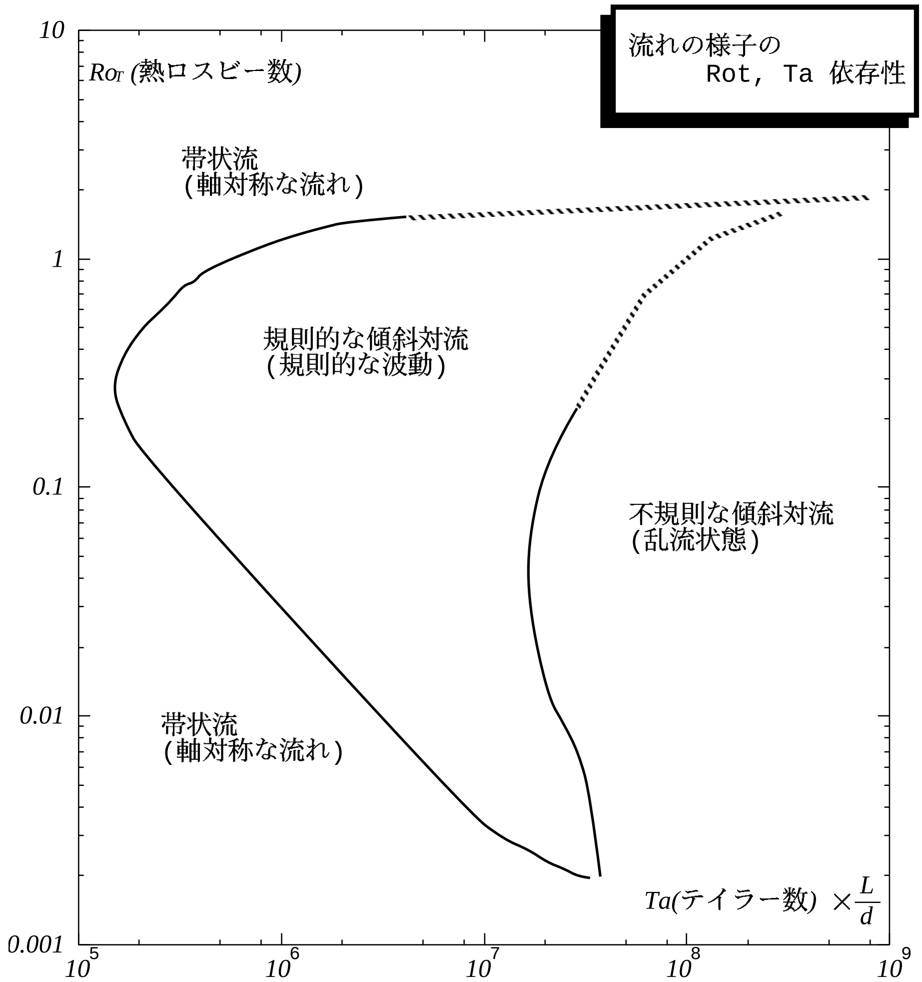
   次頁の図は、R_{oT} を縦軸にとり、$T_a \frac{L}{d}$ を掛けたものを横軸にとった時に、どのパラメタの組合せで蛇行しなかったか (帯状流)、蛇行したか (規則的な傾斜対流)、ぐちゃぐちゃになったか (不規則な傾斜対流) を示してある。

3. 地球大気の場合のパラメタを用いて対応づけて考えると、上の図のどの位置に該当するか。そして、どんな流れになると予想されるか。地球の大気の場合の動粘性係数はカルマンの渦列の課題で求めた値を使いなさい。また、次のような点に気をつけなさい。

   (a) 地球の回転角速度はどれくらいだろうか。

   (b) 体膨張係数は気体の状態方程式を使って考えなさい。定義から、$\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{T}$ (T は大気の絶対温度) となるが、導出してみなさい。

(c) 低気圧や高気圧が存在する範囲の南北方向の長さのスケールは大体 2000km 程度であるし、温度差は 30 度程度であろう。そうした見積りを適当に行いなさい。



◯参考

R_{oT}, T_a といった量は、理科年表や実測値から計算できる。レコードプレーヤー(1 分間に 33 1/3 回転, 周期 1.8 秒) と作業流体に水を用いた場合には、$d, L, \Delta T$ が、ほぼ次の関係の時に $R_{oT} \sim 2($ T_a が大きい時の境界の値) となる。(以下の計算を確かめなさい。)

$$\frac{d[m]\Delta T[\ ^\circ C]}{L^2[m^2]} \sim 11800$$

または、

$$\frac{d[cm]\Delta T[\ ^\circ C]}{L^2[cm^2]} \sim 118$$

◯応用課題

応用課題についてはできる範囲で回答しなさい。

1. 天気図を見ると高気圧と低気圧の形は著しく違っているのに対して、この実験ではそれほど違っているようには見えない。その理由を考えなさい。

○卒業までにもっと学ぶためのキーワード

ハードレー循環, 地衡流調節, 順圧不安定, (ロスビーの) 変形半径

14 天気図

○背景

どのような物理現象でもきちんと記述することができなければ理解することはできない。気象に関する現象を記述するには天気図を用いる。ここでは天気図の描き方、見方を学ぶ。

○作図 当日のラジオ放送から (無い場合には、資料をもとに 1995 年 3 月 17 日正午の) 天気図を描く。

1. 天気の記号、矢羽根、天気の記号の右上に気圧、左上に気温を記入する。

   注意

   - あまりに記号と数値が密着している場合は適宜離して書くこと。
   - 矢羽根は、天気を書き込む位置に対して「吹いてくる方向」(「吹いてゆく方向」ではない) に描く。[14]。
2. 低気圧や高気圧を描き込む。
3. 前線を描き込む。
4. 気圧の等値線 (等圧線) を引く。(4hPa ごとにひく。20hPa ごとに太い線にする。共に 1000hPa を含むようにする。)

   注意

   - 等圧線は目分量で描く。
   - 等圧線は滑らかである。
   - 等圧線は交わらないし、分岐もない。
   - 等圧線の間隔は局所的に急に広がったり、急に狭まったりしない。

○考察 以下の点を中心にまとめなさい。

1. 実験前日・当日の天気は、どんなであっただろうか。個人的な体験に基づいて記述しなさい。また、描いた天気図とどのように関係づけられるかを検討しなさい。
2. 等圧線の向きと風向との関係を適当な地点 (同じくらいの緯度で、等圧線の混み具合や傾きが異なるような複数の地点) を選んでグラフにして示しなさい (横軸:等圧線の向き, 縦軸:風向)。 どのような関係があるか。
   ※「等圧線の向き」は、ある等圧線の接線の方向で、気圧の高い側を左手に見て正面の向きと決めることにする。
3. 等圧線の間隔と風の強さにはどのような関係があるか。上と同じ地点についてグラフに示してから述べなさい。(横軸:等圧線の間隔, 縦軸: 風力)

[14] 風が矢のようになって通り過ぎることを想像すればよい。

4. 前後の天気図や気象衛星写真がある場合には、見比べてわかることを書きなさい。

○資料 1 1995 年 3 月 17 日正午の気象要素

NHK のラジオ第二放送では「気象通報」として気象の情報が放送されている。以下は気象通報を書き留めたものである。

1995 年 3 月 17 日 正午

地名	風向	風力	天気	気圧	気温
石垣島	NNE	4	にわか雨	19	21
那覇	NNE	3	雷雨	19	17
南大東島	S	3	曇り	19	23
名瀬	NW	2	雨	21	16
鹿児島	NW	4	曇り	20	14
福江	NW	3	にわか雨	23	9
厳原	NNW	3	曇り	21	8
足摺岬	ESE	1	曇り	15	17
室戸岬	WSW	3	曇り	14	16
広島	NW	3	曇り	16	16
浜田	W	3	曇り	19	10
西郷	W	4	曇り	16	11
大阪	SW	4	曇り	14	15
潮岬	W	3	曇り	14	19
八丈島	SSW	5	にわか雨	20	16
大島	S	5	曇り	16	16
御前崎	S	5	にわか雨	16	16
銚子	S	6	曇り	17	17
前橋	WNW	1	曇り	16	11
小名浜	S	5	曇り	16	14
輪島	NNW	2	にわか雨	13	10
相川	WSW	1	曇り	12	12
石巻	S	6	曇り	13	13
宮古	S	3	にわか雨	10	14
秋田	S	3	曇り	11	14
函館	W	3	にわか雨	07	9
浦河	ESE	5	曇り	09	5
根室	S	7	曇り	10	6
稚内	WSW	4	みぞれ	1000	2
シスカ	S	3	にわか雪	987	0
シムシル島	S	6	曇り	20	3
松輪島	S	5	曇り	20	1
ハバロフスク	WSW	5	地吹雪	05	-11
テチューヘ	W	4	快晴	05	-4
ウラジオ	NNE	4	晴れ	14	-5
ソウル	WNW	3	晴れ	27	0
ウツリョウ島	NNW	6	晴れ	19	3
釜山	NW	1	曇り	21	7
モッポ	N	6	曇り	27	3
済州島	NW	4	曇り	27	5
台北	E	3	霧雨	22	16
恒春	NW	1	晴れ	18	30
長春	WSW	4	快晴	20	-8
北京	SW	3	快晴	28	4
大連	NW	5	快晴	28	1
青島	NW	4	快晴	33	2
上海	NNW	2	曇り	34	5
漢口	NNE	3	曇り	35	6
アモイ	NE	4	雷	21	11
香港	W	2	曇り	17	24
バスコ	SE	3	晴れ	18	28
マニラ	E	3	晴れ	16	31
父島	ESE	3	曇り	25	20

海洋ブイの記録

位置	風向	風力	天気	気圧
N28E126	NE	5	?	23
N29E135	SSW	5	?	18
N38E135	WNW	6	?	14
N18E119	N	2	晴れ	16
N19E148	ENE	6	曇り	19
N22E143	ESE	5	晴れ	22
N24E140	E	4	曇り	22
N31E145	SSE	6	晴れ	26
N36E143	S	7	曇り	21
N41E148	SSE	8	曇り	22
N37E151	S	6	曇り	32

平成 7 年 4 月 1 日からの観測地点・地名の呼称の変更

石巻	→	仙台
広島	→	松山
まつわじま	→	まつあじま
樺太	→	サハリン
シスカ	→	ポロナイスク
ジンセン	→	インチョン
ホコウ	→	ポハン

低気圧と高気圧

位置	気圧	高低	進む向き	移動速度	温暖前線	寒冷前線
N52E144	988	L 発達中	NNE	35km/h	N54E150	N45E142,N37E138
N34E137	1014	L 発達中	ENE	30km/h	N30E141	N30E135,N27E131
N25E128	1018	L	ENE	45km/h	N27E131	N23E122,N23E116
N31E179	1000	L	ESE	45km/h		
N36E108	1038	H	停滞			
N41E160	1036	H	E	35km/h		

※ 「温暖前線」の項に示されている位置は、低気圧の中心からその地点まで温暖前線がのびている事を示している。

※ 「寒冷前線」の項に示されている位置は、低気圧の中心から一つ目の地点を経由して、二つ目の地点まで寒冷前線がのびている事を示している。

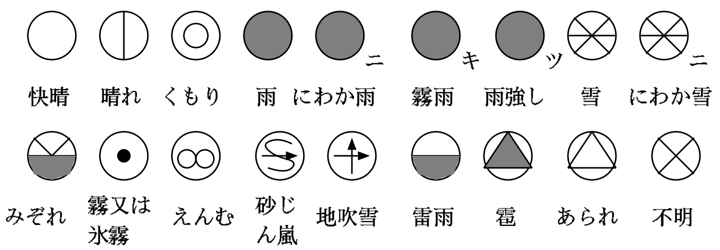
※ 今回の天気図には閉塞前線は無い。

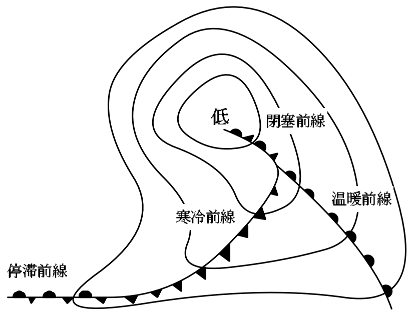
1016 hPa の等圧線の通る場所 (この順)

N54E110	N48E113	N48E120	N44E131	N40E130
N35E134	N32E133	N30E135	N32E138	N37E141
N42E146	N46E150	N55E157		

○資料 2 天気図の記号など

天気の記号と前線の描き方





風力

<table>
<tr><td>風力</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td></tr>
<tr><td>風速
(m/s)</td><td>0
|
0.2</td><td>0.3
|
1.5</td><td>1.6
|
3.3</td><td>3.4
|
5.4</td><td>5.5
|
7.9</td><td>8.0
|
10.7</td><td>10.8
|
13.8</td><td>13.9
|
17.1</td><td>17.2
|
20.7</td><td>20.8
|
24.4</td><td>24.5
|
28.4</td><td>28.5
|
32.6</td></tr>
<tr><td>記号</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

○卒業までにもっと学ぶためのキーワード

GPV, 数値予報, 傾圧性, 傾圧不安定, 季節風 (モンスーン), 梅雨前線

15 パイロットバルーンによる風速の計測

◯背景

地上の風を観測することは地上に風向計・風速計を設置することで可能である。しかし、上空の風を測定する場合にはそうはいかない。建築物を建てて観測すると、建築物自身が空気の流れに影響を与えることにもなる。

◯実験

ここでは気球 (パイロットバルーン:通称パイバル) を用いた観測を行うことにする。

原理

大気の運動の速度は、一般に、水平方向の成分の方が鉛直方向の成分よりも 100 倍程度大きい。そこで、風速を観測する際には、鉛直流は存在しないと考えてよい。また、風船を飛ばすと、風船はすぐに風に馴染み、水平方向には風と同じ速度で移動すると考えられる。

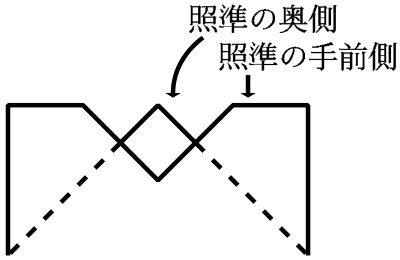
これらを前提とすると、風船の移動速度から風速を求めることができるはずである。

装置など

気球, ボンベ (ヘリウムガス), セオドライト (観測機器), 時計, 気球の口を止める止め具

実験方法

1. あらかじめセオドライトの使い方に慣れる。
   - 水平に設置すること
   - 方位を正しく合わせること
   - 目盛を読めるようにすること
   - 照準を合わせたて見えるものと、望遠鏡で見えるものが同じであることを確かめること



2. セオドライトを見晴らしの良い屋外に設置する。機材の方位が正しいこと、水平であることに気をつける。
3. 気球にヘリウムガスを充填する。規定の大きさまで膨らませ、口を閉じる。
4. 定められた時刻に放球し、セオドライトで追尾する。この時、望遠鏡で追尾する人とは別に補助の人間が照準を見て気球の位置を知らせるようにする。

5. 放球後、1 分おきに方位角仰角を補助の人が読み取り、記録する。(例えば次のような記録用紙を作っておく。)

パイロットバルーン 放球記録

日付： 年 月 日
場所：

放球時刻 時 分 秒

経過時間(分)	仰角(度)	方位角(度)
1		
2		
3		
4		
⋮		

6. 気球を見失うまで実行し、見失った場合には見失った時刻も記録する。

○考察

1. 雲底高度を見積もることができたか。
2. 規定の上昇速度を用いるとする。仰角、方位角から、各時刻の気球の観測点からの位置はどのように計算されるか。

   放球地点から、東向き・北向き・鉛直上向きを x, y, z 軸と定め、対応する座標を求めなさい。
3. 観測記録から、気球の位置の水平成分を $x-y$ 平面上にプロットしなさい。
4. 気球の位置の時間変化から、気球の水平方向の移動速度 (風速の水平方向成分) を求めるためにはどのようにすればよいか。
5. 各高度の風速の水平方向成分をベクトルとして図に表しなさい。また、全ての風ベクトルの根もとを原点にして図にしてみなさい (このような図をホドグラフという)。
6. 上空にいく程、風速は時計回りに変化しただろうか、反時計回りに変化しただろうか。

   風ベクトルが上空にいくほど上空から見下ろして時計回りであれば暖気移流、反時計回りであれば寒気移流であると言われている。どちらになったか。
7. 仰角及び方位角の読みとり誤差が 0.5 度であったとして、どの程度結果に変更があるか検討しなさい。

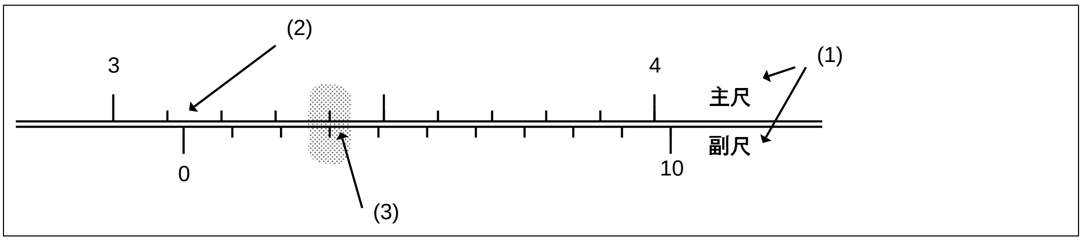
○卒業までにもっと学ぶためのキーワード

温度風平衡, 地衡風 (地衡流), エクマン (Ekman) 境界層, 傾圧不安定, ホドグラフ, 内部重力波, 雲底高度

A　ノギスの目盛の読み方

ノギスの目盛は次のような手順で読みとる (パイロットバルーンの観測で用いられるセオドライトの読みとり方も共通しているので参考にするように。)。

1. 主尺と副尺を確認する。
2. 副尺の 0 が主尺のどの値を指しているかを確かめる。この値がおおよその測定値となる。
3. 副尺と主尺の目盛がほとんど一致している場所を探し、その場所の副尺の値を確認する。この値が、先に得られた測定値よりも一桁精度の高い測定値となる。



この例では 3.13 が読みとった値になる。

B　グラフ用紙

実験で用いられるグラフ用紙は次のように大別される。

- 普通のグラフ用紙
- 片対数グラフ用紙
- 両対数グラフ用紙

ここで、片対数グラフあるいは両対数グラフでは、値そのものの目盛は等間隔ではなく、値の対数 (通常、常用対数) をとったものが等間隔になるように作られている。すなわち、測定値 x に対して、$\log x$ の値が等間隔になるようになっている。
さて、次のような関係が x, y の間に成り立っていたとする。それぞれどのようなグラフ用紙を使うのが適当であろうか。

- $y = 5x + 3$
- $y = -3x + 100$
- $y = 7.3x^{1.89}$
- $y = 8.5^{2.3x}$

C　PC によるデータ解析

C.0.1　データ解析の基本

ここでは、R と呼ばれるプログラムを用いてデータ解析を行なう。
基本的には次の 3 段階を経て計算結果を得ることができる。

1. プログラムを起動する。
2. データをプログラムに取り込む。
3. 取り込んだデータに対して演算を行ない、結果を表示させる。

C.0.2　プログラムの起動

画面で、

```
R
```

と入力する[15] [16]。しばらく待つと、

```
>
```

という記号が表示される。これは、「プロンプト」といい、計算機のソフトウエアである R が、次の指示を待っている状態であることを意味している。

C.0.3　データの取り込み

一般に、計算機で扱うひと塊のデータのことを「データファイル」あるいは単に「ファイル」と呼ぶ。通常、処理したいデータとデータ処理用のプログラムは全く独立して入手するので、何らかの方法で両者を結びつけなければならない。この操作を「プログラムにデータを読み込む」とか「プログラムにデータを取り込む」とかいう。一般にデータを取り込む場合、データがどのような形式のファイルになっているか、によって話が異ってくる。ここでは簡単の為に次のようなテキストファイル (人間が容易に読むことができるような形式のファイル) を準備してあるとして話を進める。

```
1996 01 01 01 1006.4
1996 01 01 02 1005.8
1996 01 01 03 1005.7
  :    :  :  :      :
  :    :  :  :      :
```

このファイルから R にデータを読み込む為には、次のような操作を行なう。

```
T <-  t(matrix( scan("tokyo_1996"), nrow=5 ))
```

[15]一般に入力する、といった場合には、最後にリターンキー (あるいはエンターキー。キーボード上で通常最も大きいキー。) を押す。
[16]計算機を利用する場合、大文字と小文字を区別しないこともあるが、通常は区別する。大文字を入力する場合には、シフトキーを押しながらその文字のキーを押す。

ここで、T と <- と tokyo_1996 以外は、とりあえずは呪文であると思ってよい。(ただし、"nrow=5" は、データファイルの列数が 5 であることに対応している。) tokyo_1996 というのはファイルの名前である。記号<- は代入を意味する。T は R に取り込まれたデータを表現しているものであり、ファイルから取り込んでおいたデータを格納するためのものである。具体的には、T は配列データなのであるが、特定の配列の要素を選び出すには次のように表現する。

T[10,5]	データファイルの 10 行目, 5 列目 (1996 年 1 月 1 日 10 時の気圧)
T[30,5]	データファイルの 30 行目, 5 列目 (1996 年 1 月 2 日 6 時の気圧)
T[30,1]	データファイルの 30 行目, 1 列目 (30 行目のデータの年)
T[30,4]	データファイルの 30 行目, 4 列目 (30 行目のデータの時刻)
T[10,1:4]	データファイルの 10 行目, 1〜4 列目
T[1:100,5]	データファイルの 1〜100 行目, 5 列目

※ これらを実際に入力してみよう。

C.0.4 平均と相関の計算方法

- 平均をとる。

  並んだデータの平均をとるには関数 mean() を用いる。

  ```
  > mean(T[,5])
  ```

  この例では配列 T の 5 列目全体の平均を計算して結果を表示することになる。ここで、引数 ("()" 内に入力するもの) は、1 次元のデータであることに注意する。

  特定の行の平均をとりたいのであれば、

  ```
  > mean(T[10:20,5])
  ```

  とすると 10 行目から 20 行目までの 5 列目のデータの平均が得られる。

- 相関係数を計算する。

  二つのデータの間の相関係数を計算するには関数 cor() を用いる。

  ```
  > cor( T[,5], H[,5] )
  ```

  このようにすると、配列 T の 5 列目全体と配列 H の 5 列目全体との間の相関係数を計算することになる。特定の範囲のデータの相関係数を求めたい場合には、

  ```
  > cor( T[10:20,5], H[20:30,5] )
  ```

  等のようにする。この例では、配列 T の 10〜20 行目と配列 H の 20〜30 行目との間の相関係数を計算している。両者の要素の数は等しくなければならない。

C.0.5 より高度な使い方

R データの表現のしかたはとても柔軟にできている。例えば次のような表現もできる。

`T[T[,4]==3,]`	4 列目が 3 に等しい行だけを抜き出す (3 時のデータ全部)
`T[T[,2]==3,]`	2 列目が 3 に等しい行だけを抜き出す (3 月のデータ全部)
`T[T[,2]==3,][1:10,]`	3 月のデータの最初の 10 行
`T[T[,2]<=3,]`	2 列目が 3 以下の行だけを抜き出す (1,2,3 月のデータ全部)

次に、

```
> x <- 1:12
```

として、1〜12 の値を持つベクトル x を用意しよう。次のような表現は何を表すことになるだろうか。

```
> mean( T[x,5] )
> mean( T[x+1,5] )
> mean( T[x+2,5] )
> ···

> cor( T[x,5], H[x,5] )
> cor( T[x+1,5], H[x,5] )
> cor( T[x+2,5], H[x,5] )
> ···
```

C.0.6 今後も R を使う可能性のある人へ

S は、AT&T (アメリカの電話会社) のベル研究所で開発された統計処理ソフトで、日本では S あるいは S plus として販売されいてる。そして、ここで使った R は S を模して作られたソフトである。
S も R もグラフを描く機能も持っていて、それだけで統計処理からグラフ描きまで行える優秀なソフトウエアである。しかし、次のような観点からここでは手描きのグラフを基本とする。

1. グラフの表示方法や印刷方法が環境によって異なることから

   これまで述べたようなデータの取り込み方や演算の仕方はある程度普遍性があるが、描画方法や印刷方法は利用している環境に依存する事が多い。

2. データを丁寧に見る習慣をつけるため

   グラフを描く機会は、学年が進むにつれて増えるであろうが、ほとんどの場合、ソフトウエアによって自動化され、全体がどんな様子になるかを予想しながらデータをプロットする機会は少ないであろう。ここでその貴重なチャンスを与えたい。

3. 今回の実験の例ではより高度なプログラミングが必要なため

   今回の実験の例ではグラフを描くためのデータを作るために、より高度なプログラミングが必要になってしまう。ここではプログラミングを学ぶことは本質的ではない。

なお、学芸大学の地学実験の環境では、次のようにしてグラフを描くことができる。

1. 画面表示の準備をする。

   ```
   > x11()
   ```

   この操作は R を起動後、一度やっておけばよい。

2. プロットする。

   例えば、1 次元のデータを順番に表示するためには次のようにする。

   ```
   > plot(T[5,1:100])
   ```

   例えば横軸に時刻をとりたい場合には、例えば次のようにする。

   ```
   > plot(T[4,1:100],T[5,1:100])
   ```

3. 別のデータを線で描き加える。

   別のデータ (例えば S[5,1:100]) を同じグラフに描き加えるためには、次のようにする。

   ```
   > lines(T[4,1:100],S[5,1:100])
   ```