テスト

学籍番号 ________________ 名前 解答例

- 1〜10 までの整数の乱数を 10,000 個発生させた。1 が現れる回数は、およそ 1,000 回 であると期待される。

- 1〜10 までの整数の乱数を 10,000 個発生させた。1 が現れる回数は、毎回同じとは限らない。およそ 32(or $\sqrt{1000}$) 回 程度のふらつき (ばらつき あるいは 標準偏差) があると予想される。

- 地震のマグニチュードが 1 大きくなると、地震のエネルギーは、およそ 32 倍になる。マグニチュード 9 の地震のエネルギーは、
マグニチュード 5 の地震のエネルギーのおよそ 32^4 (or 1,000,000) 倍である。

- 次の左側に示したような関数関係があるとき、どのようなグラフ用紙を選ぶべきか。該当するグラフ用紙を右側から選んで線で結びなさい。

$y = 7x^{3.2}$ ・	
$y = 2.3x + 7$ ・	・方眼紙
$y = 5 \times e^{7x}$ ・	・片対数グラフ
$y = 8.3 \times 10^{2x}$ ・	・両対数グラフ
$y = 4.1 \times 10^{x+4}$ ・	

- 地球一周 (大円) の長さは、およそ 40,000km である。
北緯 60 度の緯線の長さは、およそ 20,000km である。

- $a = 7.1 \pm 0.1$, $b = 4.0 \pm 0.2$ の時、$\sqrt{a} \times b^2$ の値は、誤差も含めてどのような値になるか。今日学習した 3 通りの方法のいずれかを用いて、評価しなさい。

  - 方法 1
    $0 < a, b$ であり、考える価は両者の積であるので、$\sqrt{7.1 - 0.1} \times (4.0 - 0.2)^2 < \sqrt{a}b^2 < \sqrt{7.1 + 0.1} \times (4.0 + 0.2)^2$
    $38.2 < \sqrt{a}b^2 < 47.3$

  - 方法 2
    $x = \sqrt{a}b^2$ とし、Δx を x の誤差とする。$a = 7.1, b = 4.0$ の時の、$\frac{\partial x}{\partial a} = \frac{1}{2}\frac{b^2}{\sqrt{a}}$, $\frac{\partial x}{\partial b} = 2\sqrt{a}b$ の値は、それぞれ、$\frac{1}{2}\frac{4.0^2}{\sqrt{7.1}} \sim 3.0$, $2\sqrt{7.1} \times 4 \sim 21.3$ である。これらを用いると、Δx は次のように評価される。$\Delta x \sim 3.0 \times 0.1 + 21.3 \times 0.2 \sim 4.6$
    また、中心の値 $x = \sqrt{7.1} \times 4.0^2 \sim 42.6$
    よって、求めるものは、$x = 42.6 \pm 4.6$ となる。

– 方法 3

$x=\sqrt{a}b^2$ とし、Δx を x の誤差とする。すると、$\frac{\Delta x}{x}=\frac{1}{2}\frac{0.1}{7.1}+2\frac{0.2}{4.0}=0.007+0.100=0.107$ である。中心の値 $x=\sqrt{7.1}\times 4.0^2\sim 42.6$ なので、$x=42.6\pm 4.6$ となる。

※ 方法は違っても、概ね同じ結果が得られる。

※中心の値は、本来有効数字 2 桁であり、誤差の部分は有効数字 1 桁である。それに応じた値を書くべきである。ここでは、解答例として、計算の過程がよくわかるように、あえてもう一桁増やして書いてある。

※特に、方法 3 で行なうと、a の誤差はほとんど無視でき、b の誤差の方が重要であることがわかる。このようなことは実際に調べて初めてわかることであるが、このような場合には、a の誤差は無視してしまって構わない。

- 地震に関するスケーリング則の実験では、試行を増やすほど (実験例を増やすほど)、結果の値のふらつき (いわば誤差) は大きくなる。しかし、試行を増やした方がいい結果が得られると考えられるのはなぜか。

  試行によって発生した回数が n であるとすると、n の値には、統計的なふらつき $\sqrt{n}$ が予想される。この値は n を大きくすると大きくなるが、相対誤差 $\sqrt{n}/n$ は小さくなる。その結果、SN 比が改善して品質の高いデータとなるから。

- 7 個の隣接するデータを用いた移動平均で得られたデータ (データ 1) と、28 個の隣接するデータを用いた移動平均で得られたデータ (データ 2) とがある。データ 1 から データ 2 を差し引くと、どのようなデータが得られるか。理由をつけて説明しなさい。

  一般的な話は難しいので、地学実験で扱ったサンプルデータを想定して話を進める。すなわち、元のデータが、 7 個周期で変動する成分 A と、28 個周期で変動する成分 B と、より長い周期で変動するする成分 C の和で表されたとする。データ 1 は、A が失われ、B,C がほとんど残っている。データ 2 は、A,B が失われ、C が残っている。そこで、データ 1 からデータ 2 を差し引くと、28 個周期で変動する成分 B が現れる。